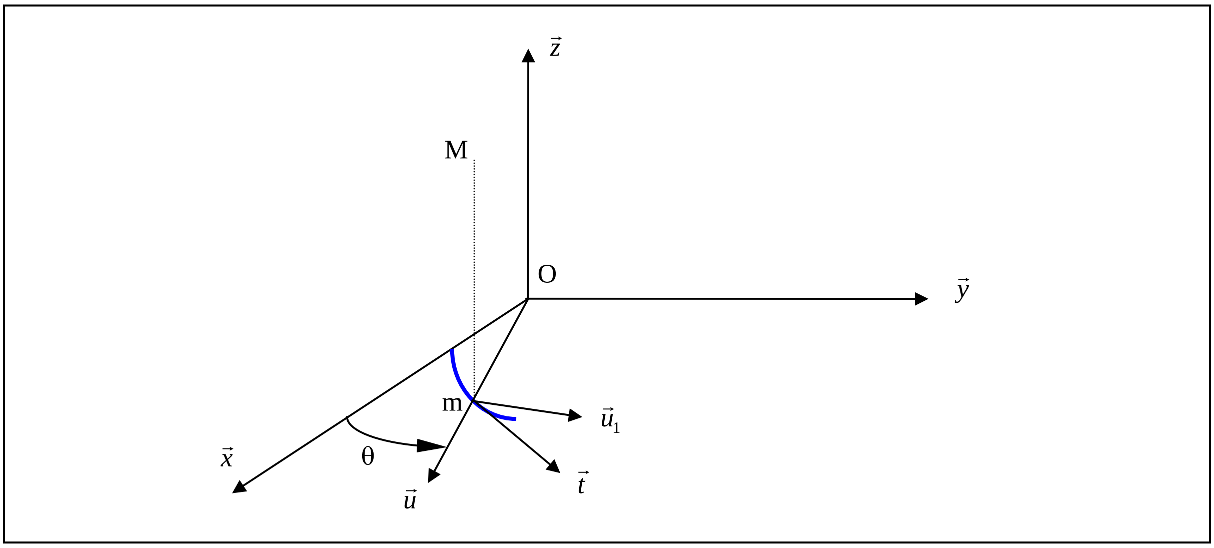
Mouvement sur un cylindre

On considère un point mobile M sur un cylindre dont la section droite est définie par $r = a.e^{\theta}$ (spirale logarithmique dont la tangente fait un angle de $\pi/4$ avec le rayon vecteur), et R $= (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

m est la projection de M sur le plan $(O, \vec{x}, \vec{y})$. On donne : $\overrightarrow{Om} = r\vec{u}$. On appelle $\vec{u}_1$ le vecteur normal à $\vec{u}$ défini par $(\vec{u}, \vec{u}_1) = \pi/2$ et on définit ainsi le repère orthonormé $(\vec{u}, \vec{u}_1, \vec{z})$. Sachant que l'accélération $\vec{\Gamma}_R^M$ est portée par la normale au cylindre, on demande :

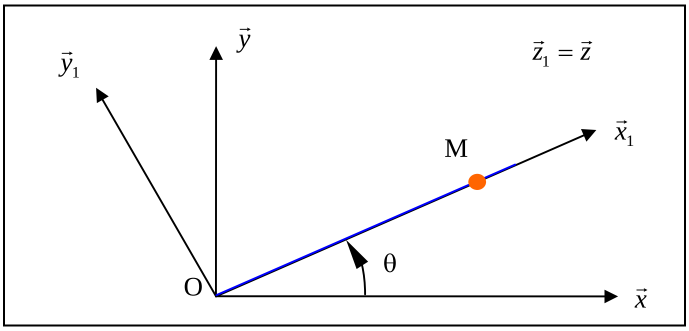
1. La vitesse de M par rapport à R, notée $\vec{V}_R^M$.
2. L'accélération de M par rapport à R, notée $\vec{\Gamma}_R^M$.
3. La loi de comportement $f(\dot{\theta}, \ddot{\theta}) = 0$ et son intégrale. On pourra utiliser la relation $\vec{\Gamma}_R^M \wedge (\vec{V}_R^M \wedge \vec{z}) = \vec{0}$.



Mouvement d'une bille

Une bille considèrée comme un point matériel, se déplace sans frottement à l'intérieur d'un tube. Ce dernier tourne à vitesse constante dans le plan $(O, \vec{x}, \vec{y})$. On définit R_1 = $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ et $R_0 = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ et les conditions initiales :

- à t = 0 : r = r_0 et $\dot{r} = 0$; $\vec{\Omega}_{R_1/R} = \omega.\vec{z}$ et ω = cte ; $\overrightarrow{OM} = r.\vec{x}_1$



On demande d'établir les composantes des vecteurs vitesse et accélération de M par rapport à R_0 :

1. En projection dans le repère R_0.
2. En projection dans le repère R_1.
3. Par la méthode de composition des vitesses et des accélérations.