Sciences de l'Ingénieur

DS n°2

Asservissement ; Cinématique

Cinématique d'un radar météorologique

Le radar météorologique est un outil d'aide à l'analyse et à l'observation des masses nuageuses. Il offre une large couverture spatiale et des mesures à haute résolution spatiotemporelle des champs de pluie en temps réel. Son utilisation s'est fortement développée dans les années qui suivirent la seconde guerre mondiale. Depuis leur utilisation étant particulièrement intéressante pour les mesures hydrologiques, leur technique n'a cessé d'évoluer.

Pour simplifier l'étude, le radar est modélisé par trois éléments (voir Figure 1)

- Le piédestal 0 (bâti fixe),
- L'arbre de rotation azimut 1,
- L'émetteur-récepteur noté 2 comprenant la parabole fixée sur l'axe (IB) ainsi qu'un contrepoids fixée en B.

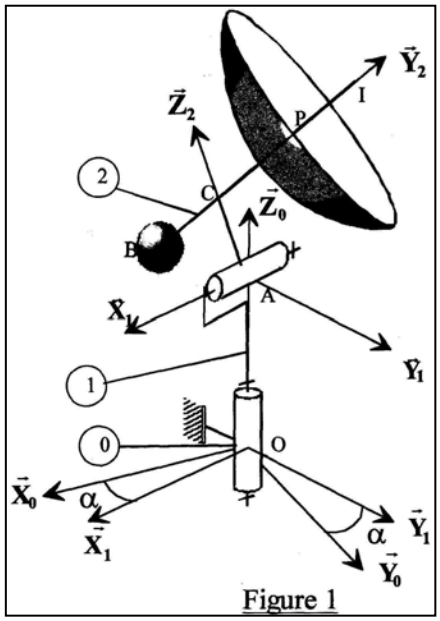


Figure 1

L'objectif est de déterminer la vitesse du contrepoids en B par rapport à 0. Cette vitesse sera utile à la détermination du comportement dynamique de la parabole.

Un repère est attaché à chaque solide. On note $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ la base liée au solide S_i.

L'arbre 1 est en rotation d'axe $\left(O, \vec{z}_0\right)$ par rapport au piédestal 0, l'angle « azimut » est noté α. $\alpha = \left(\vec{x}_0, \vec{x}_1\right) = \left(\vec{y}_0, \vec{y}_1\right)$

L'émetteur-récepteur 2 est en rotation d'axe $\left(A, \vec{x}_1\right)$ par rapport à l'arbre 1, l'angle « site » est noté β. $\beta = \left(\vec{y}_1, \vec{y}_2\right) = \left(\vec{z}_0, \vec{z}_2\right)$.

La géométrie du radar donne : $\overrightarrow{OA} = h\vec{z}_0$; $\overrightarrow{AC} = a\vec{z}_2$; $\overrightarrow{BC} = b\vec{y}_2$.

Q1/ Tracer les figures planes de changement de bases associées aux deux rotations.

Q2/ Donner un vecteur position du point B par rapport à 0. Le résultat devra être exprimé de la manière la plus concise possible.

Q3/ Déterminer le vecteur taux de rotation $\vec{\Omega}_{2/0}$ de l'ensemble 2 par rapport au piédestal 0.

Q4/ Dans un premier temps, **seul l'angle β est variable**. Quelle trajectoire décrit le point B ? Calculer alors la vitesse du point géométrique B appartenant au solide 2 en mouvement par rapport au repère R_1 : $\overrightarrow{V_{(B,2/1)}}$. Exprimer ce résultat de la manière la plus concise possible.

Q5/ Dans un deuxième temps on **ne fait varier que l'angle α**. Quelle trajectoire décrit le point B ? Calculer alors la vitesse du point géométrique B appartenant dans le mouvement de 1 par rapport au repère R_0 : $\overrightarrow{V_{(B,1/0)}}$. Exprimer ce résultat de la manière la plus concise possible.

Q6/ En déduire la vitesse du point B dans le mouvement de 2 par rapport à 0 : $\overrightarrow{V_{B\in 2/0}}$.

Q7/ Exprimer cette vitesse dans la base ($\vec{X}_2$, $\vec{Y}_2$, $\vec{Z}_2$).

Q8/ En déduire l'accélération de B dans le mouvement de 2 par rapport à 0 : $\overrightarrow{\Gamma_{B\in 2/0}}$. Il est fortement conseillé d'utiliser la formule de la base mobile.

Etude de l'asservissement de « l'azimut »

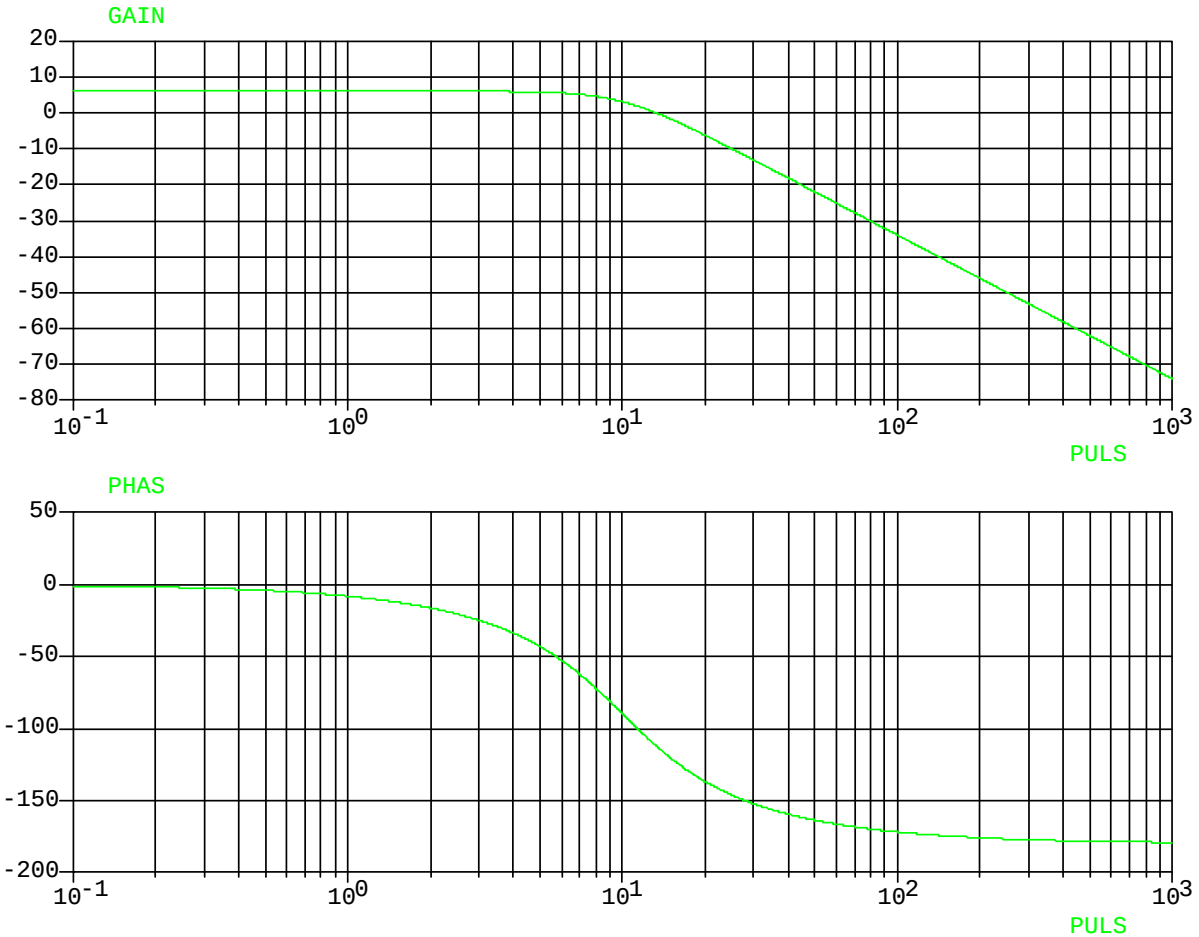
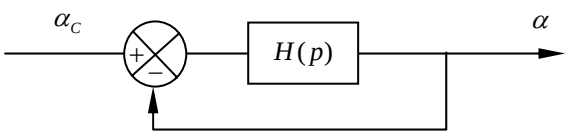
L'asservissement en position de l'angle « azimut » α , est défini par la fonction de transfert suivante :

$$H(p)=\frac{\alpha(p)}{\alpha_C(p)}=\frac{1}{1+0.14p+0.01p^2}$$ où : α est l'angle réel du radar et α_C l'angle de consigne.

1. Donner les valeurs du gain, de la pulsation propre et du coefficient d'amortissement de cette commande.

2. On applique à ce système une entrée échelon unitaire. Tracer approximativement dans ce cas, l'allure du signal de sortie. On précisera les valeurs de dépassement, la valeur finale, ainsi que la pseudo période.

3. On applique maintenant à ce système une entrée sinusoïdale d'amplitude U_m = 5. En vous aidant du diagramme de Bode ci-dessous, tracer approximativement le signal de sortie, quand la pulsation vaut 10 rad/s. On précisera les valeurs de l'amplitude et du déphasage.



4. Afin d'améliorer les caractéristiques de cet asservissement, on envisage de rajouter un retour unitaire. Calculer alors les nouvelles valeurs du gain, de la pulsation propre et du coefficient d'amortissement de cette commande. Ce choix vous paraît-il judicieux ?