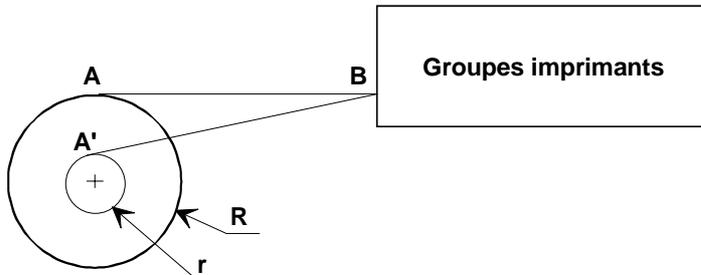


# ÉLÉMENTS DE CORRIGÉ

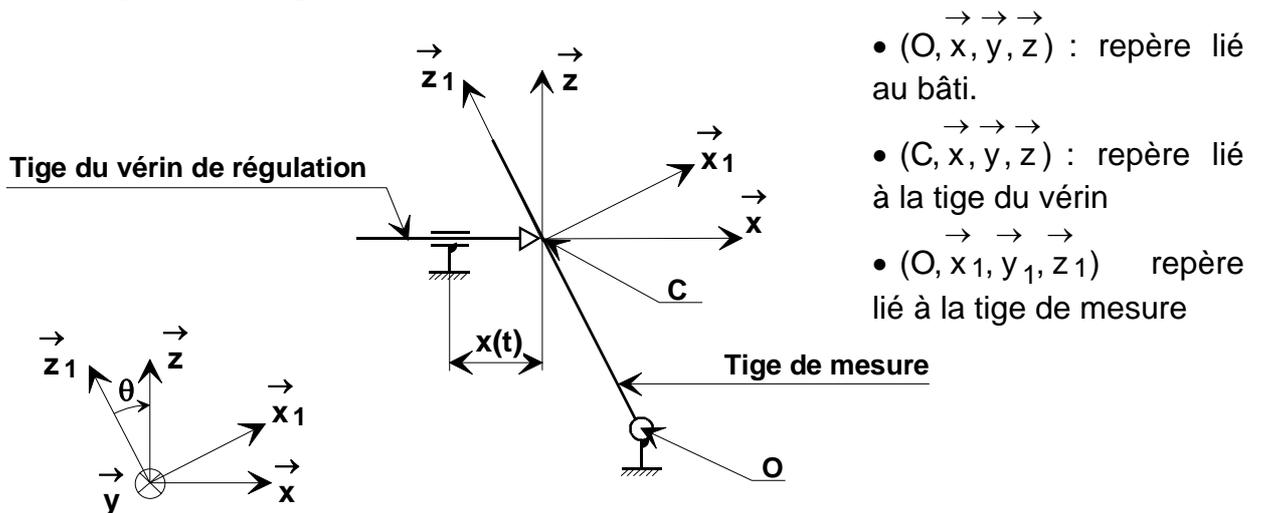
## Partie I - Étude de la fonction « Réguler la tension et la vitesse de la bande de papier déroulée »

### I.A. Expliquons pourquoi la vitesse de la bande de papier déroulée varie



Le rouleau de papier a pour rayon  $R$  au début du déroulement et  $r$  à la fin. Donc si  $\omega_{R/0}$  est la vitesse de rotation du rouleau par rapport au bâti alors la vitesse de la bande de papier varie de  $R\omega_{R/0}$  à  $r\omega_{R/0}$  avec  $R > r$ .

### I.B. Représentons, sous forme schématique, la chaîne fermée « bâti - tige du vérin de régulation - tige de mesure - bâti »



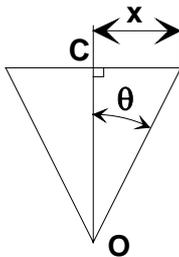
Autres solutions pour la liaison  $L_{\text{Tige du vérin/Tige de mesure}}$  : Liaison sphère – cylindre de centre  $C$  et d'axe  $(C, \vec{z}_1)$  ou liaison sphère – plan de normale  $(C, \vec{x}_1)$ .

Donnons la forme générale du torseur cinématique associé à la liaison  $L_{\text{Tige du vérin/Tige de mesure}}$

Modélisation	Liaison	Torseur cinématique associé
Spatiale	Linéaire rectiligne d'axe $(C', \vec{y})$ et de normale $(C', \vec{x}_1)$	$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\omega}_x \vec{x}_1 + \vec{\omega}_y \vec{y} \\ \vec{V}_y \vec{y} + \vec{V}_z \vec{z}_1 \end{array} \right\}_{C'}$

Modélisation	Liaison	Torseur cinématique associé
Plane	Ponctuelle plane de rampe OC	$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\omega} y \\ \vec{V} z_1 \end{array} \right\}_{C'}$

I.C. Déterminons la loi  $x = f(\theta)$



Nous avons :  $x = L \tan \theta$

Linéarisons cette loi

Comme  $\theta = \pm 4^\circ$  alors  $\tan \theta = \theta$ , d'où :

$$x = L\theta$$

I.D. Donnons l'expression de la fonction de transfert  $F_1(s)$

L'information angulaire  $\theta = \pm 4^\circ$  est convertie en tension  $U_\theta = \pm 4 V$ , donc :

$$F_1(s) = 1$$

L'unité est : V/degré .

I.E. Donnons l'expression de la fonction de transfert  $F_2(s)$

La génératrice tachymétrique G mesure la vitesse de rotation  $\omega_{R_3/b\hat{a}ti}$ . Or l'entrée du schéma-bloc est  $V_b = r_3 \omega_{R_3/b\hat{a}ti}$ . Nous avons :

$$F_2(s) = \frac{1}{r_3}$$

L'unité est :  $m^{-1}$ .

I.F. Donnons le signe d'une variation  $\Delta L_n$  en fonction du signe de  $\Delta V$

Si  $\Delta V > 0$  alors  $L_n$  diminue et  $\Delta L_n < 0$  donc la tige du vérin de régulation se déplace suivant  $-\vec{x}$ .

Si  $\Delta V < 0$  alors  $L_n$  augmente et  $\Delta L_n > 0$  donc la tige du vérin de régulation se déplace suivant  $\vec{x}$ .

Donner alors le rôle du vérin de régulation

Le vérin de régulation permet de compenser les variations de longueur de la bande de papier en fonction de  $\Delta V = V_b - V_a$ , tout en régulant la tension de la bande de papier.

I.G. Démontrons la relation  $V_b - V_a = -2V_c$

Il y a roulement sans glissement au contact laize – rouleau  $R_2$  et le papier est considéré comme inextensible donc :

- $\vec{V}(M \in R_2 / \text{laize}) = \vec{0}$ , d'où  $\vec{V}(M \in R_2 / \text{bâti}) = \vec{V}(M \in \text{laize} / \text{bâti}) = V_a \vec{x}$ .
- $\vec{V}(N \in R_2 / \text{laize}) = \vec{0}$ , d'où  $\vec{V}(N \in R_2 / \text{bâti}) = \vec{V}(N \in \text{laize} / \text{bâti}) = -V_b \vec{x}$ .

La liaison  $L_{R_2 / \text{Tige du vérin}}$  est une liaison pivot d'axe  $(C, \vec{y})$ ,

donc :  $\vec{V}(C \in R_2 / \text{bâti}) = \vec{V}(C \in \text{tige du vérin} / \text{bâti}) = V_c \vec{x}$ .

Or  $\vec{V}(M \in R_2 / \text{bâti}) = \vec{V}(C \in R_2 / \text{bâti}) + \vec{\Omega}_{R_2 / \text{bâti}} \wedge \vec{CM}$ , et

$\vec{V}(N \in R_2 / \text{bâti}) = \vec{V}(C \in R_2 / \text{bâti}) + \vec{\Omega}_{R_2 / \text{bâti}} \wedge \vec{CN}$ .

Nous avons donc :  $V_a \vec{x} - V_b \vec{x} = 2V_c \vec{x} + \vec{\Omega}_{R_2 / \text{bâti}} \wedge (\vec{CM} + \vec{CN})$ .

Comme  $\vec{CM} + \vec{CN} = \vec{0}$  alors  $V_a \vec{x} - V_b \vec{x} = 2V_c \vec{x}$ , d'où :

$$V_b - V_a = -2V_c$$

On retrouve bien le résultat ci-dessus : si  $\Delta V > 0$  (respectivement  $\Delta V < 0$ ) la tige du vérin de régulation se déplace suivant  $-\vec{x}$  (respectivement  $\vec{x}$ ) et  $V_c < 0$  (respectivement  $V_c > 0$ ).

Déduisons-en les fonctions de transfert  $F_4(s)$  et  $F_3(s)$

Nous avons  $V_c = \frac{dx}{dt}$  et  $x = L\theta$ , donc  $V_c = \frac{Ld\theta}{dt}$ .

Or  $V_c = -\frac{V_b - V_a}{2}$ , d'où  $\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{2L}$ . Soit :

$$F_4(s) = -\frac{1}{2L}$$

En tenant compte des unités du schéma-bloc, nous avons :

$$F_3(s) = \frac{180}{\pi s}$$

### I.H. Donnons l'expression de la fonction de transfert $F_5(s)$

La génératrice tachymétrique M mesure la vitesse de rotation  $\omega_{R_M/b\hat{a}ti}$ . Or la sortie du schéma-bloc est  $V_a = r_M \omega_{R_M/b\hat{a}ti}$ . Nous avons :

$$F_5(s) = r_M$$

L'unité est : m.

### I.I. Déterminons les expressions littérales de $B_1(s)$ , $B_2(s)$ et $B_3(s)$

D'après le schéma-bloc donné figure 4 et les résultats précédents, nous avons :

$$B_1(s) = \frac{K_G}{r_3} \quad B_2(s) = -\frac{90K}{\pi L s} \quad B_3(s) = \frac{K_A \cdot V(s) \cdot M(s)}{1 + K_M \cdot K_A \cdot V(s) \cdot M(s)}$$

Montrons que les fonctions de transfert  $B_1(s)$ ,  $B_2(s)$  et  $B_3(s)$  peuvent s'écrire respectivement sous la forme  $B_1(s) = K_1$ ,  $B_2(s) = \frac{K_2}{s}$  et  $B_3(s) = \frac{K_3}{1 + T_3 s}$

Nous avons :

- $B_1(s) = \frac{K_G}{r_3}$  donc :  $B_1(s) = K_1$ .

- $B_2(s) = -\frac{90K}{\pi L s}$  donc :  $B_2(s) = \frac{K_2}{s}$ .

- $B_3(s) = \frac{K_A \cdot K_V \cdot \frac{K_{Mot}}{1 + T_{Mot} s}}{1 + K_M \cdot K_A \cdot K_V \cdot \frac{K_{Mot}}{1 + T_{Mot} s}} = \frac{K_A \cdot K_V \cdot K_{Mot}}{1 + T_{Mot} s + K_M \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{Mot}}$ .

Donc :  $B_3(s) = \frac{\frac{K_A \cdot K_V \cdot K_{Mot}}{1 + K_M \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{Mot}}}{1 + \frac{T_{Mot}}{1 + K_M \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{Mot}} s}$ . D'où :

$$B_3(s) = \frac{K_3}{1 + T_3 s}$$

**Déterminer l'expression littérale de  $V_a(s)$  en fonction de  $V_b(s)$**

D'après le schéma-bloc donné figure 4 et les résultats ci-dessus, nous avons :

$$V_a(s) = r_M \cdot \frac{K_3}{1 + T_3 s} \cdot \left( \frac{K_2}{s} \cdot (V_b(s) - V_a(s)) + K_1 \cdot V_b(s) \right)$$

$$V_a(s) \cdot \left( 1 + r_M \cdot \frac{K_2}{s} \cdot \frac{K_3}{1 + T_3 s} \right) = r_M \cdot \frac{K_3}{1 + T_3 s} \cdot \left( \frac{K_2}{s} + K_1 \right) V_b(s) \text{ . Soit :}$$

$$V_a(s) = \frac{r_M \cdot \frac{K_3}{1 + T_3 s} \cdot \left( -\frac{K_2}{s} + K_1 \right)}{1 - r_M \cdot \frac{K_2}{s} \cdot \frac{K_3}{1 + T_3 s}} V_b(s) = \frac{\left( \frac{K_1 s - 1}{K_2} \right)}{\frac{T_3}{r_M \cdot K_2 \cdot K_3} s^2 + \frac{s}{r_M \cdot K_2 \cdot K_3} - 1} V_b(s)$$

**I.J. Déterminer l'expression littérale définissant l'écart  $\varepsilon = V_b(s) - V_a(s)$**

$$\varepsilon(s) = V_b(s) - V_a(s) = V_b(s) - \frac{r_M \cdot \frac{K_3}{1 + T_3 s} \cdot \left( -\frac{K_2}{s} + K_1 \right)}{1 - r_M \cdot \frac{K_2}{s} \cdot \frac{K_3}{1 + T_3 s}} V_b(s) = \left( 1 - \frac{r_M \cdot \frac{K_3}{1 + T_3 s} \cdot \left( -\frac{K_2}{s} + K_1 \right)}{1 - r_M \cdot \frac{K_2}{s} \cdot \frac{K_3}{1 + T_3 s}} \right) V_b(s)$$

$$\varepsilon(s) = \left( \frac{1 - r_M \cdot \frac{K_2}{s} \cdot \frac{K_3}{1 + T_3 s} - r_M \cdot \frac{K_3}{1 + T_3 s} \cdot \left( -\frac{K_2}{s} + K_1 \right)}{1 - r_M \cdot \frac{K_2}{s} \cdot \frac{K_3}{1 + T_3 s}} \right) V_b(s) = \left( \frac{1 - r_M \cdot \frac{K_3}{1 + T_3 s} \cdot K_1}{1 - r_M \cdot \frac{K_2}{s} \cdot \frac{K_3}{1 + T_3 s}} \right) V_b(s) \text{ .}$$

Donc :

$$\varepsilon(s) = s \left( \frac{1 + T_3 s - r_M \cdot K_3 \cdot K_1}{s(1 + T_3 s) - r_M \cdot K_2 \cdot K_3} \right) V_b(s)$$

**Calculons l'écart  $\varepsilon$  pour une variation brusque de vitesse  $V_b$  de type échelon d'amplitude  $V$**

$$\text{Nous avons : } \varepsilon = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \varepsilon(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 \left( \frac{1 + T_3 s - r_M \cdot K_3 \cdot K_1}{s(1 + T_3 s) - r_M \cdot K_2 \cdot K_3} \right) V_b(s)$$

Si  $V_b(s) = \frac{V}{s}$  alors :

$$\varepsilon = 0$$

Calculons cet écart  $\varepsilon$  en fonction de  $K$ , dans le cas d'un signal de type rampe de pente  $a$

Si  $V_b(s) = \frac{a}{s^2}$  alors :

$$\varepsilon = \frac{r_M \cdot K_1 \cdot K_3 - 1}{r_M \cdot K_2 \cdot K_3} a$$

A.N. :

$$\varepsilon = \frac{r_M \cdot \frac{K_G}{r_3} \cdot \frac{K_A \cdot K_V \cdot K_{Mot}}{1 + K_M \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{Mot}} - 1}{r_M \cdot \frac{-90K}{\pi L} \cdot \frac{K_A \cdot K_V \cdot K_{Mot}}{1 + K_M \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{Mot}}} a = \frac{0,21 \cdot \frac{0,4}{0,13} \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot 0,5}{1 + 0,4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 0,5} - 1}{0,21 \cdot \frac{-90K}{\pi \cdot 1,5} \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot 0,5}{1 + 0,4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 0,5}} 0,05$$

$$\varepsilon = \frac{3,16 \cdot 10^{-3}}{K}$$

Donnons la valeur minimale de  $K$

Nous devons avoir  $\varepsilon < \varepsilon_v$ , donc  $\frac{3,16 \cdot 10^{-3}}{K} < \varepsilon_v$ , soit :

$$K > \frac{3,16 \cdot 10^{-3}}{\varepsilon_v}$$

A.N. :

$$K > \frac{3,16 \cdot 10^{-3}}{0,05} = 0,063 \qquad K > 0,063$$

I.K. Montrons que l'amplitude  $\theta$  de la tige de mesure n'est pas constante et ne reste pas dans la plage  $\pm 4^\circ$  si l'écart  $V_b - V_a$  est constant et non nul

Si l'écart  $V_b - V_a$  est constant et non nul alors  $\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{2L} (V_b - V_a) = \text{cste}$ , donc l'amplitude  $\theta$  de la tige de mesure n'est pas constante et ne reste pas dans la plage  $\pm 4^\circ$ .

Proposons, de manière qualitative, un correcteur qui permet de stabiliser cette amplitude dans la plage  $\pm 4^\circ$  ainsi que son implantation dans le schéma-bloc de la figure 2

Si l'entrée est en rampe alors pour annuler l'écart  $V_b - V_a$ , il faut deux intégrateurs. Dans ce cas, si le système est stable, l'amplitude  $\theta$  de la tige de mesure est constante et sa valeur peut être réglée par un gain. Donc le bloc  $K$  pourrait être

avantageusement remplacé par  $\frac{K}{s}$ . Mais pour stabiliser l'ensemble, il faut remplacer le bloc K par un correcteur P.I. :  $K(1 + \frac{1}{s})$ .

## Partie II - Étude de la fonction «Dérouter, entraîner et stocker la bande de papier»

### II.A. Donnons les réceptivités manquantes sur les grafquets du document 3

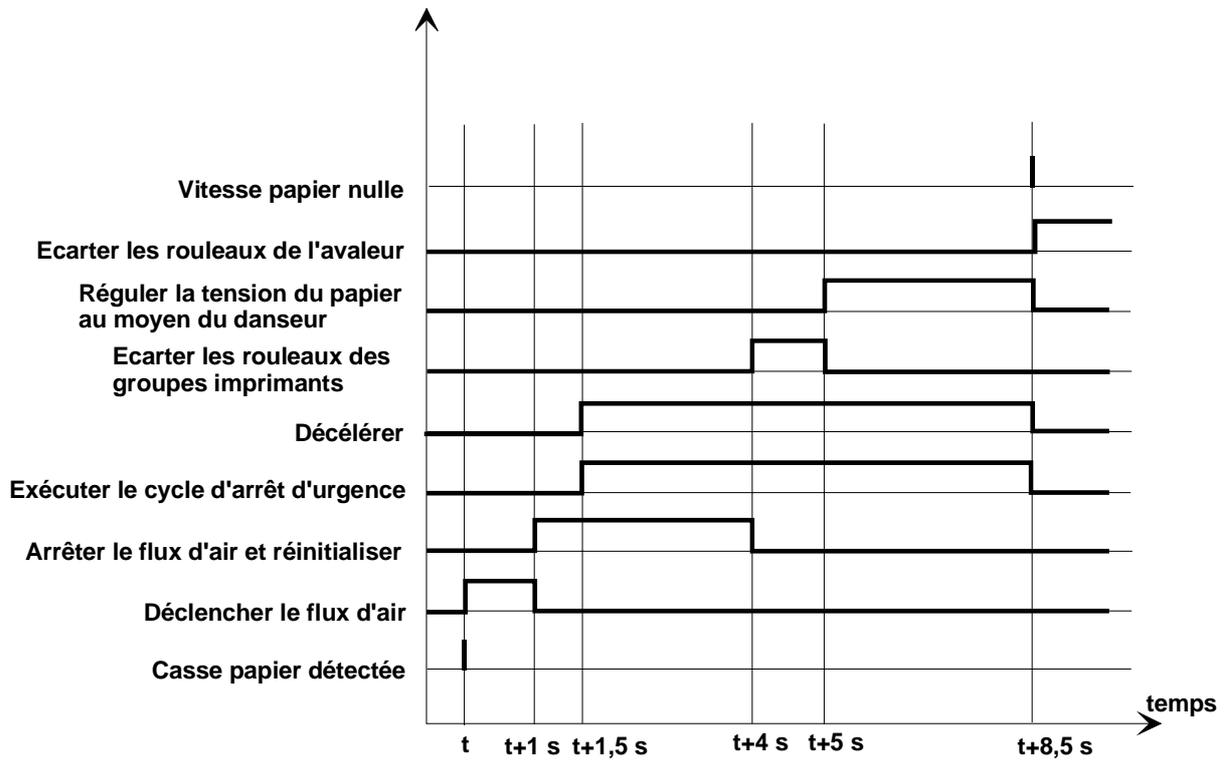
Grafquet	Transition	Réceptivité
Initialisation du système de détection de «casse papier»	8	X45
	9	X46
Avalement du papier	1	X51
	8	↑ X54 ou ↓ X51
Arrêt d'urgence	1	X23 + X49 + X53
	6	X23 . X49 . X53 ou X40 + X26

### II.B. Complétons le chronogramme

Nous pouvons établir le tableau suivant :

Instant	Évènement	Étapes activées	Actions associées	Étapes désactivées
t	↑ Casse papier	51	Lancement du cycle d'avalement du papier	60
		21	Déclenchement du flux d'air	20
		22		20
t+1s		24	Arrêt du flux d'air et réinitialisation	21
t+1,5s		23	Lancement du cycle d'arrêt d'urgence	22
		31	Décélération de la ligne d'imprimerie	30
		32		30
t+4s		25-33	Écartement des rouleaux des groupes imprimants	24-32
t+5s		35	Régulation de la tension du papier au moyen du danseur	33
t+8,5s	↑ Vitesse papier nulle	34	Arrêt de la décélération	31
		36	Arrêt du cycle d'arrêt d'urgence	34-35

D'où le chronogramme :



### Partie III - Étude de la fonction «Évacuer les cahiers imprimés»

#### Étude du roulement sans glissement au contact arbre 2 – galet 3

##### III.A. Déterminons $V_x$ et $V_y$

Nous avons  $\vec{V}(I \in 3/0) = \vec{V}(C \in 3/0) + \vec{\Omega}_{3/0} \wedge \vec{CI}$ .

Or  $\vec{V}(C \in 3/0) = \vec{V}(C \in 2/0)$  car la liaison  $L_{3/2}$  est une liaison pivot d'axe  $(C, z_0)$ .

$\vec{V}(C \in 2/0) = \vec{V}(A \in 2/0) + \vec{\Omega}_{2/0} \wedge \vec{AC}$ .

Or  $\vec{V}(A \in 2/0) = \vec{V}(A \in 1/0)$  car la liaison  $L_{2/1}$  est une liaison pivot d'axe  $(A, z_0)$ .

$\vec{V}(A \in 1/0) = \vec{V}(O \in 1/0) + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{OA} = \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{OA}$  car la liaison  $L_{1/0}$  est une liaison pivot d'axe  $(O, z_0)$ .

Donc :  $\vec{V}(I \in 3/0) = \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{OA} + \vec{\Omega}_{2/0} \wedge \vec{AC} + \vec{\Omega}_{3/0} \wedge \vec{CI}$ .

$\vec{V}(I \in 3/0) = \dot{\theta} z_0 \wedge \left( (R+r) x_1 - d z_0 \right) + (\dot{\theta} + \dot{\alpha}) z_0 \wedge (-L x_2 + h z_0) +$

$(\dot{\theta} + \dot{\alpha} + \dot{\beta}) z_0 \wedge r(\cos \alpha x_2 + \sin \alpha y_2)$

$$\begin{aligned} \vec{V}(I \in 3/0) &= (R+r)\dot{\theta} \vec{y}_1 - L(\dot{\theta} + \dot{\alpha}) \vec{y}_2 - r(\dot{\theta} + \dot{\alpha} + \dot{\beta}) \sin \alpha \vec{x}_2 + r(\dot{\theta} + \dot{\alpha} + \dot{\beta}) \cos \alpha \vec{y}_2 \\ \vec{V}(I \in 3/0) &= (R+r)\dot{\theta}(\sin \alpha \vec{x}_2 + \cos \alpha \vec{y}_2) - L(\dot{\theta} + \dot{\alpha}) \vec{y}_2 - r(\dot{\theta} + \dot{\alpha} + \dot{\beta}) \sin \alpha \vec{x}_2 + r(\dot{\theta} + \dot{\alpha} + \dot{\beta}) \cos \alpha \vec{y}_2 \\ \vec{V}(I \in 3/0) &= \left( (R+r)\dot{\theta} \sin \alpha - r(\dot{\theta} + \dot{\alpha} + \dot{\beta}) \sin \alpha \right) \vec{x}_2 + \left( (R+r)\dot{\theta} \cos \alpha - L(\dot{\theta} + \dot{\alpha}) + r(\dot{\theta} + \dot{\alpha} + \dot{\beta}) \cos \alpha \right) \vec{y}_2 \end{aligned}$$

Nous obtenons donc :

$$\begin{aligned} V_x &= (R+r)\dot{\theta} \sin \alpha - r(\dot{\theta} + \dot{\alpha} + \dot{\beta}) \sin \alpha \\ V_y &= (R+r)\dot{\theta} \cos \alpha - L(\dot{\theta} + \dot{\alpha}) + r(\dot{\theta} + \dot{\alpha} + \dot{\beta}) \cos \alpha \end{aligned}$$

Déterminons la relation  $\dot{\beta} = f(R, r, L, \alpha, \dot{\theta})$

Si le galet 3 roule sans glisser sur la came liée au bâti 0, nous avons alors  $\vec{V}(I \in 3/0) = \vec{0}$ , soit :

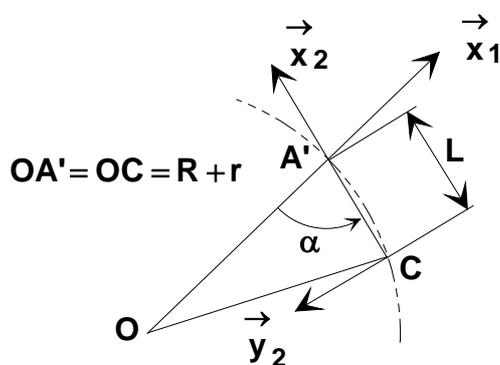
$$\begin{aligned} (R+r)\dot{\theta} \sin \alpha - r(\dot{\theta} + \dot{\alpha} + \dot{\beta}) \sin \alpha &= R\dot{\theta} \sin \alpha - r(\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \sin \alpha = 0 \\ (R+r)\dot{\theta} \cos \alpha - L(\dot{\theta} + \dot{\alpha}) + r(\dot{\theta} + \dot{\alpha} + \dot{\beta}) \cos \alpha &= 0 \end{aligned}$$

La première équation entraîne :  $R\dot{\theta} - r(\dot{\alpha} + \dot{\beta}) = 0$ , soit  $\dot{\alpha} = \frac{R}{r}\dot{\theta} - \dot{\beta}$ .

Ce résultat et la deuxième équation entraînent  $2(R+r)\dot{\theta} \cos \alpha - L(1 + \frac{R}{r})\dot{\theta} + L\dot{\beta} = 0$ , soit :

$$\dot{\beta} = \left( \frac{R}{r} + 1 - \frac{2(R+r) \cos \alpha}{L} \right) \dot{\theta} = \left( \frac{R}{r} - \frac{2(R+r) \cos \alpha - L}{L} \right) \dot{\theta}$$

III.B. Calculons  $\alpha_0$



A' est la projection du point A dans le plan  $(C, \vec{x}_2, \vec{y}_2)$ .

Le triangle OA'C est isocèle en O sur le secteur angulaire  $(2\pi - \gamma)$ , nous pouvons écrire  $\cos \alpha_0 = \frac{L/2}{R+r}$ , d'où :

$$\alpha_0 = \arccos \frac{L/2}{R+r}$$

**A.N. :**

$$\alpha_0 = \arccos \frac{L/2}{R+r} = \arccos \frac{48/2}{237+26} = 84,76^\circ \qquad \alpha_0 = 84,76^\circ$$

**Montrons que la vitesse de rotation  $\dot{\beta}$  du galet 3 autour de son axe  $(C, \vec{z}_0)$  peut être, en première approximation, considérée comme constante**

Si la variation de l'angle  $\alpha$  est inférieure à  $8^\circ$  alors  $\cos \alpha$  varie de  $\cos 84,76 = 0,091$   $\cos(84,76 + 8) = -0,048$ , donc en première approximation  $\cos \alpha$  peut être considéré comme constant. Comme la vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  est constante alors **la vitesse de rotation  $\dot{\beta}$  du galet 3 autour de son axe  $(C, \vec{z}_0)$  peut être considérée comme constante, car le terme  $\frac{R}{r} - \frac{2(R+r)\cos \alpha - L}{L}$  peut être considéré comme constant.**

**Remarque :**

Sur le secteur angulaire  $(2\pi - \gamma)$ , nous pouvons écrire  $\cos \alpha = \frac{L/2}{R+r}$ , d'où :  $\dot{\beta} = \frac{R}{r} \dot{\theta}$ .

### III.C. Justifions l'intérêt de la liaison pivot entre l'arbre 2 et le galet 3

Cette liaison pivot permet au galet 3 de rouler sans glisser sur la came liée au bâti 0 et limite la puissance dissipée par frottement de glissement.

### Étude du mouvement de l'arbre 2

### III.D. Déterminons l'hypothèse à formuler pour que l'action de la came liée au bâti 0 sur le galet 3 soit de support OC

Isolons le galet 3 et faisons le bilan des actions extérieures.

• action à distance :

$$\left\{ T(\text{pesanteur} \rightarrow 3) \right\}_C = \left\{ \begin{array}{c} -m_3 g \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C .$$

• actions de contact : 
$$\left\{ T(2 \rightarrow 3) \right\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(2 \rightarrow 3) \\ \vec{M}(C, 2 \rightarrow 3) \end{array} \right\}_C \quad \text{avec } \vec{M}(C, 2 \rightarrow 3) \cdot \vec{z}_0 = 0,$$

$$\left\{ T(0 \rightarrow 3) \right\}_I = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(0 \rightarrow 3) \\ \vec{M}(I, 2 \rightarrow 3) = \vec{0} \end{array} \right\}_I.$$

Appliquons le théorème du moment dynamique en C au galet **3** en projection sur  $\vec{z}_0$  :  $\vec{\delta}(C, 3/0) \cdot \vec{z}_0 = \vec{M}(C, \bar{3} \rightarrow 3) \cdot \vec{z}_0$ .

**Calculons  $\vec{M}(C, \bar{3} \rightarrow 3) \cdot \vec{z}_0$**

$\vec{M}(C, \bar{3} \rightarrow 3) \cdot \vec{z}_0 = (CI \wedge \vec{R}(0 \rightarrow 3)) \cdot \vec{z}_0$ . Si l'action mécanique  $\vec{R}(0 \rightarrow 3)$  est de support CO alors  $\vec{M}(C, \bar{3} \rightarrow 3) \cdot \vec{z}_0 = 0$ .

**Calculons  $\vec{\delta}(C, 3/0) \cdot \vec{z}_0$**

C est le centre d'inertie du galet **3**, donc :

$$\vec{\delta}(C, 3/0) \cdot \vec{z}_0 = \left( \frac{d\vec{\mu}(C, 3/0)}{dt} \right)_{/0} \cdot \vec{z}_0 = \left( \frac{d\vec{\mu}(C, 3/0) \cdot \vec{z}_0}{dt} \right)_{/0}.$$

Or :  $\vec{\mu}(C, 3/0) \cdot \vec{z}_0 = \left( \vec{I}(C, 3) \vec{\Omega}_{3/0} \right) \cdot \vec{z}_0 = C_3 (\dot{\theta} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})$ . D'où  $\vec{\delta}(C, 3/0) \cdot \vec{z}_0 = C_3 \ddot{\alpha}$  car

$\dot{\theta} = \text{cste}$  et  $\dot{\beta} = \text{cste}$ .

L'hypothèse à formuler pour considérer que  $\vec{R}(0 \rightarrow 3)$  est de support CO est  $C_3 \ddot{\alpha} = 0$ .

**III.E. Déterminons l'équation différentielle qui régit le mouvement de l'arbre 2 par rapport au bâti 0**

Isolons l'ensemble **S= 2 + 3** et faisons le bilan des actions extérieures.

• action à distance :

$$\left\{ T(\text{pesanteur} \rightarrow 2) \right\}_{G_2} = \begin{Bmatrix} -m_2 g y_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_2},$$

$$\left\{ T(\text{pesanteur} \rightarrow 3) \right\}_C = \begin{Bmatrix} -m_3 g y_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C.$$

• actions de contact :

$$\left\{ T(1 \rightarrow 2) \right\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{R}(1 \rightarrow 2) \\ \vec{M}(A, 1 \rightarrow 2) \end{Bmatrix}_A \quad \text{avec } \vec{M}(A, 1 \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_0 = 0,$$

$$\left\{ T(1 \rightarrow 2) \right\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{C}_t = -C_t \vec{z}_0 \end{Bmatrix}_A,$$

$$\left\{ T(0 \rightarrow 3) \right\}_I = \begin{Bmatrix} \vec{N}(0 \rightarrow 3) = -N \cos \alpha x_2 - N \sin \alpha y_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_I.$$

Appliquons le théorème du moment dynamique en A à l'ensemble **S** en projection sur  $\vec{z}_0$  :  $\delta(\mathbf{A}, \overline{\mathbf{2+3}} / \mathbf{0}) \cdot \vec{z}_0 = \overline{\mathbf{M}}(\mathbf{A}, \overline{\mathbf{2+3}} \rightarrow \mathbf{2+3}) \cdot \vec{z}_0$ .

**Calculons  $\overline{\mathbf{M}}(\mathbf{A}, \overline{\mathbf{2+3}} \rightarrow \mathbf{2+3}) \cdot \vec{z}_0$**

$$\overline{\mathbf{M}}(\mathbf{A}, \overline{\mathbf{2+3}} \rightarrow \mathbf{2+3}) \cdot \vec{z}_0 = (\overrightarrow{AG_2} \wedge -m_2 g y_0) \cdot \vec{z}_0 + (\overrightarrow{AC} \wedge -m_3 g y_0) \cdot \vec{z}_0 +$$

$$\left( \overrightarrow{AI} \wedge -(N \cos \alpha x_2 + N \sin \alpha y_2) \right) \cdot \vec{z}_0 - C_t$$

$$(\overrightarrow{AG_2} \wedge -m_2 g y_0) \cdot \vec{z}_0 = 0 \quad \text{car par hypothèse } \overrightarrow{AG_2} = c \vec{z}_0.$$

$$(\overrightarrow{AC} \wedge -m_3 g y_0) \cdot \vec{z}_0 = \left( (-L x_2 + h z_0) \wedge -m_3 g y_0 \right) \cdot \vec{z}_0 = m_3 g L \cos(\theta + \alpha).$$

$$\left( \overrightarrow{AI} \wedge -N(\cos \alpha \vec{x}_2 + \sin \alpha \vec{y}_2) \right) \cdot \vec{z}_0 = \left( (-L \vec{x}_2 + h \vec{z}_0 + r(\cos \alpha \vec{x}_2 + \sin \alpha \vec{y}_2) \wedge -N(\cos \alpha \vec{x}_2 + \sin \alpha \vec{y}_2) \right) \cdot \vec{z}_0$$

$$\left( \overrightarrow{AI} \wedge -(N \cos \alpha \vec{x}_2 + N \sin \alpha \vec{y}_2) \right) \cdot \vec{z}_0 = NL \sin \alpha.$$

D'où :  $\overrightarrow{M(A, 2+3 \rightarrow 2+3)} \cdot \vec{z}_0 = m_3 g L \cos(\theta + \alpha) + NL \sin \alpha - C_t$

**Calculons  $\overrightarrow{\delta(A, 2+3/0)} \cdot \vec{z}_0$**

Nous avons  $\overrightarrow{\delta(A, 2+3/0)} \cdot \vec{z}_0 = \overrightarrow{\delta(A, 2/0)} \cdot \vec{z}_0 + \overrightarrow{\delta(A, 3/0)} \cdot \vec{z}_0$ .

Or :

$$\overrightarrow{\delta(A, 2/0)} \cdot \vec{z}_0 = \left( \frac{d\vec{\mu}(A, 2/0)}{dt} \right)_{/0} \cdot \vec{z}_0 + \left( m_2 \overrightarrow{V(A/0)} \wedge \overrightarrow{V(G_2 \in 2/0)} \right) \cdot \vec{z}_0 = \left( \frac{d\vec{\mu}(A, 2/0)}{dt} \right)_{/0} \cdot \vec{z}_0$$

car  $\overrightarrow{V(A/0)}$  et  $\overrightarrow{V(G_2 \in 2/0)}$  sont colinéaires dans la mesure où A et  $G_2$  appartiennent à l'axe de la liaison pivot  $L_{1/2}$ .

$$\left( \frac{d\vec{\mu}(A, 2/0)}{dt} \right)_{/0} \cdot \vec{z}_0 = \left( \frac{d\vec{\mu}(A, 2/0) \cdot \vec{z}_0}{dt} \right) - \vec{\mu}(A, 2/0) \cdot \left( \frac{d\vec{z}_0}{dt} \right)_{/0} = \left( \frac{d\vec{\mu}(A, 2/0) \cdot \vec{z}_0}{dt} \right).$$

Or :  $\vec{\mu}(A, 2/0) \cdot \vec{z}_0 = \left( m_2 \overrightarrow{AG_2} \wedge \overrightarrow{V(A \in 2/0)} + \overline{l(A, 2)} \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \right) \cdot \vec{z}_0 = \left( \overline{l(A, 2)} \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \right) \cdot \vec{z}_0$

car  $\overrightarrow{AG_2} = c \vec{z}_0$ . Donc  $\vec{\mu}(A, 2/0) \cdot \vec{z}_0 = C_2(\dot{\theta} + \dot{\alpha})$ . Nous avons donc :

$$\left( \frac{d\vec{\mu}(A, 2/0)}{dt} \right)_{/0} \cdot \vec{z}_0 = C_2 \ddot{\alpha} \text{ car } \dot{\theta} = \text{cste}. \text{ Donc : } \overrightarrow{\delta(A, 2/0)} \cdot \vec{z}_0 = C_2 \ddot{\alpha}.$$

Or :

$$\overrightarrow{\delta(A, 3/0)} \cdot \vec{z}_0 = \left( \overrightarrow{\delta(C, 3/0)} + m_3 \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{\Gamma(C \in 3/0)} \right) \cdot \vec{z}_0 = \overrightarrow{\delta(C, 3/0)} \cdot \vec{z}_0 + \left( m_3 \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{\Gamma(C \in 3/0)} \right) \cdot \vec{z}_0$$

D'après la question III.A. :  $\overrightarrow{V(C \in 3/0)} = \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \wedge \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \wedge \overrightarrow{AC}$ .

$$\overrightarrow{V(C \in 3/0)} = \dot{\theta} \vec{z}_0 \wedge \left( (R+r) \vec{x}_1 - h \vec{z}_0 \right) + (\dot{\theta} + \dot{\alpha}) \vec{z}_0 \wedge (-L \vec{x}_2 + h \vec{z}_0) = (R+r) \dot{\theta} \vec{y}_1 - L(\dot{\theta} + \dot{\alpha}) \vec{y}_2.$$

Donc :  $\overrightarrow{\Gamma(C \in 3/0)} = -(R+r) \dot{\theta}^2 \vec{x}_1 - L \ddot{\alpha} \vec{y}_2 + L(\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 \vec{x}_2$  car  $\dot{\theta} = \text{cste}$ .

$$\left( m_3 \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{\Gamma}(C \in 3/0) \right) \cdot \overrightarrow{z_0} = \left( m_3 (-L \dot{x}_2 + h \dot{z}_0) \wedge (-(R+r)\dot{\theta} \dot{x}_1 - L\ddot{\alpha} \dot{y}_2 + L(\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 \dot{x}_2) \right) \cdot \overrightarrow{z_0} =$$

$$-m_3 L (R+r) \dot{\theta}^2 \sin \alpha + m_3 L^2 \ddot{\alpha}$$

Nous avons  $\overrightarrow{\delta}(C,3/0) \cdot \overrightarrow{z_0} = \left( \frac{d\overrightarrow{\mu}(C,3/0)}{dt} \right)_{/0} \cdot \overrightarrow{z_0}$  avec

$$\left( \frac{d\overrightarrow{\mu}(C,3/0)}{dt} \right)_{/0} \cdot \overrightarrow{z_0} = \left( \frac{d\overrightarrow{\mu}(C,3/0) \cdot \overrightarrow{z_0}}{dt} \right) - \overrightarrow{\mu}(C,3/0) \cdot \left( \frac{d\overrightarrow{z_0}}{dt} \right)_{/0} = \left( \frac{d\overrightarrow{\mu}(C,3/0) \cdot \overrightarrow{z_0}}{dt} \right)$$

Or :  $\overrightarrow{\mu}(C,3/0) \cdot \overrightarrow{z_0} = \left( I(C,3) \overrightarrow{\Omega}_{3/0} \right) \cdot \overrightarrow{z_0} = C_3 (\dot{\theta} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})$ . D'où  $\overrightarrow{\delta}(C,3/0) \cdot \overrightarrow{z_0} = C_3 \ddot{\alpha} = 0$

car  $\dot{\theta} = \text{cste}$  et  $\dot{\beta} = \text{cste}$ . Donc  $\overrightarrow{\delta}(A,3/0) \cdot \overrightarrow{z_0} = m_3 L^2 \ddot{\alpha} - m_3 L (R+r) \dot{\theta}^2 \sin \alpha$ .

$$\overrightarrow{\delta}(A,S/0) \cdot \overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{\delta}(A,2/0) \cdot \overrightarrow{z_0} + \overrightarrow{\delta}(A,3/0) \cdot \overrightarrow{z_0} = (C_2 + m_3 L^2) \ddot{\alpha} - m_3 L (R+r) \dot{\theta}^2 \sin \alpha$$

L'équation différentielle qui régit le mouvement de l'arbre 2 par rapport au bâti 0 s'écrit :

$$(C_2 + m_3 L^2) \ddot{\alpha} - m_3 L (R+r) \dot{\theta}^2 \sin \alpha = m_3 g L \cos(\theta + \alpha) + N L \sin \alpha - C_t$$

### III.F. Donner la condition qui traduit le maintien du contact du galet 3 avec la came liée au bâti 0

Cette condition est donnée par  $N > 0$ . Or d'après le résultat précédent :

$$N = \frac{(C_2 + m_3 L^2) \ddot{\alpha} - m_3 L (R+r) \dot{\theta}^2 \sin \alpha - m_3 g L \cos(\theta + \alpha) + C_t}{L \sin \alpha}$$

Comme  $\sin \alpha \approx 1$ , le terme  $L \sin \alpha$  est positif, donc la condition qui traduit le maintien du contact du galet 3 avec la came liée au bâti 0 s'écrit :

$$(C_2 + m_3 L^2) \ddot{\alpha} - m_3 L (R+r) \dot{\theta}^2 - m_3 g L \cos(\theta + \alpha) + C_t > 0$$

En déduire alors, sous forme littérale, l'accélération limite  $\ddot{\alpha}_{lim}$

Nous obtenons :

$$\ddot{\alpha}_{\text{lim}} > \frac{m_3 L (R+r) \dot{\theta}^2 + m_3 g L \cos(\theta + \alpha) - C_t}{C_2 + m_3 L^2}$$

**A.N. :**

$$\ddot{\alpha}_{\text{lim}} > \frac{0,42 \cdot 48 \cdot 10^{-3} \cdot (237 + 26) \cdot 10^{-3} \cdot 43,63^2 + 0,42 \cdot 9,81 \cdot 48 \cdot 10^{-3} \cos(\theta + \alpha) - 40}{24,32 \cdot 10^{-4} + 0,42 \cdot (48 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$\ddot{\alpha}_{\text{lim}} > \frac{10,1 + 0,2 \cos(\theta + \alpha) - 40}{3,40 \cdot 10^{-3}} = \frac{10,1 + 0,2 - 40}{3,40 \cdot 10^{-3}} \approx -8\,735 \text{ rad.s}^{-2}. \text{ Donc :}$$

$$\ddot{\alpha}_{\text{lim}} > -8\,735 \text{ rad.s}^{-2}$$

Cette valeur est compatible avec la loi d'accélération qui a été choisie par le constructeur :  $\ddot{\alpha} > -5\,000 \text{ rad.s}^{-2}$  et  $\ddot{\alpha} < 5\,000 \text{ rad.s}^{-2}$ .

**Remarque :**

Avec  $\ddot{\alpha} = 5\,000 \text{ rad.s}^{-2}$ , nous avons  $C_3 \ddot{\alpha} = 1,42 \cdot 10^{-4} \cdot 5\,000 = 0,71 \text{ N.m}$  et  $(C_2 + m_3 L^2) \ddot{\alpha} = (24,32 \cdot 10^{-4} + 0,42 \cdot (48 \cdot 10^{-3})^2) \cdot 5\,000 = 16,99 \text{ N.m}$ .

**L'hypothèse  $C_3 \ddot{\alpha} = 0$  ne semble pas irréaliste.**

**Étude de la loi de levée de came**

**III.G. Vérifions que  $\dot{\theta} = 43,63 \text{ rad.s}^{-1}$**

D'après le document 4, le tambour 1 muni de 3 galets 3 répartis à 120 ° qui traitent, chacun, un cahier par tour. Si la plieuse doit traiter 75 000 cahiers par heure alors :

$$\dot{\theta} = \frac{75\,000}{3} \text{ trs/heure} = 25\,000 \text{ trs/heure} = 416,66 \text{ trs/min} = 6,94 \text{ trs/s}$$

$$\dot{\theta} = \frac{\pi \cdot 416,66}{30} \text{ rad.s}^{-1} = 43,63 \text{ rad.s}^{-1}$$

**III.H. Déterminons les durées T et t<sub>5</sub>**

$$\text{Si } \dot{\theta} = \frac{25\,000}{3\,600} \text{ trs.s}^{-1} \text{ alors } T = \frac{3\,600}{25\,000} = 0,144 \text{ s.}$$

$$T = 0,144 \text{ s}$$

Le secteur angulaire  $\gamma$  vaut  $90^\circ = \frac{360^\circ}{4}$  d'où  $t_5 = \frac{0,144}{4} = 0,036$  s  $t_5 = 3,6 \cdot 10^{-2}$  s

**Déduisons-en les valeurs de  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  et  $t_4$**

Nous avons  $t_5 = 0,036$  s pour  $\gamma = 90^\circ$ , donc  $t_2 = \frac{0,036}{90} \cdot 25 = 1 \cdot 10^{-2}$  s

$$t_2 = 1 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$t_1 = \frac{t_2}{2}$$

$$t_1 = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$t_5 - t_3 = t_2 \text{ donc } t_3 = t_5 - t_2 = 3,6 \cdot 10^{-2} - 1 \cdot 10^{-2} = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ s} \quad t_3 = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$t_5 - t_4 = t_4 - t_3 \text{ donc } t_4 = \frac{t_5 + t_3}{2} = \frac{3,6 \cdot 10^{-2} + 2,6 \cdot 10^{-2}}{2} = 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ s} \quad t_4 = 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

### III.I. Proposons une méthode pour obtenir la loi espace $\alpha(t)$

L'accélération est constante, nous avons donc un mouvement uniformément accéléré :

$$\dot{\alpha}(t) = \ddot{\alpha} t + \dot{\alpha}_0$$

$$\alpha(t) = \frac{1}{2} \ddot{\alpha} t^2 + \dot{\alpha}_0 t + \alpha_0$$

Le triangle OA'C est isocèle en O sur le secteur angulaire  $(2\pi - \gamma)$ , nous pouvons écrire  $\cos \alpha = \frac{L/2}{R+r}$  (voir question III.B.°). Donc :  $\alpha = \alpha_0 = \arccos \frac{L/2}{R+r} = \text{cste}$ .

Nous avons  $\alpha_0 = \arccos \frac{L/2}{R+r} = \arccos \frac{48/2}{237+26} = 84,76^\circ$ . Donc :  $\dot{\alpha}_0 = 0$ .

Nous allons donc tracer la variation de l'angle  $\alpha$  à partir de l'angle  $\alpha_0$ , soit :

$$\dot{\alpha}(t) = \ddot{\alpha} t$$

$$\alpha(t) = \frac{1}{2} \ddot{\alpha} t^2$$

#### **Remarque :**

Les calculs pour obtenir cette loi sont donnés ci-dessous.

#### **Phase $0 \leq t \leq t_1$**

$$\dot{\alpha}(t) = \ddot{\alpha} t, \text{ d'où } \dot{\alpha}(t_1) = 5000 \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} = 25 \text{ rad.s}^{-1}.$$

$$\dot{\alpha}(t_1) = 25 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\alpha(t) = \frac{1}{2} \ddot{\alpha} t^2, \text{ d'où } \alpha(t_1) = \frac{1}{2} \cdot 5000 \cdot (0,5 \cdot 10^{-2})^2 = 0,0625 \text{ rad.}$$

$$\alpha(t_1) = 0,0625 \text{ rad}$$

**Phase  $t_1 \leq t \leq t_2$**

$$\dot{\alpha}(t) = \ddot{\alpha}(t-t_1) + \dot{\alpha}(t_1), \text{ d'où } \dot{\alpha}(t_2) = -5000 \cdot (1 \cdot 10^{-2} - 0,5 \cdot 10^{-2}) + 25 = 0 \text{ rad.s}^{-1}.$$

$$\dot{\alpha}(t_2) = 0 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\alpha(t) = \frac{1}{2} \ddot{\alpha}(t-t_1)^2 + \dot{\alpha}(t_1) \cdot (t-t_1) + \alpha(t_1) \text{ d'où}$$

$$\alpha(t_2) = -\frac{1}{2} \cdot 5000 \cdot (1 \cdot 10^{-2} - 0,5 \cdot 10^{-2})^2 + 25 \cdot (1 \cdot 10^{-2} - 0,5 \cdot 10^{-2}) + 0,0625 = 0,125 \text{ rad.}$$

$$\alpha(t_2) = 0,125 \text{ rad}$$

**Phase  $t_2 \leq t \leq t_3$**

$$\dot{\alpha}(t) = \ddot{\alpha}(t-t_2) + \dot{\alpha}(t_2), \text{ d'où } \dot{\alpha}(t) = 0 \cdot (t-t_2) + 0 = 0 \text{ rad.s}^{-1}.$$

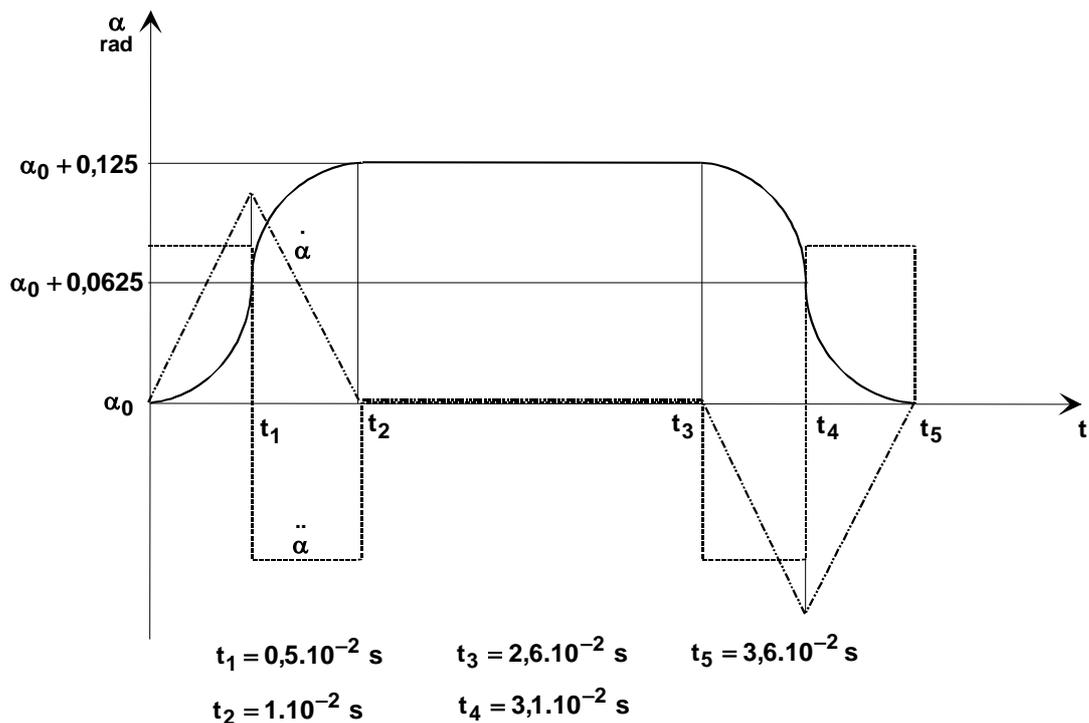
$$\dot{\alpha}(t) = 0 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\alpha(t) = \frac{1}{2} \ddot{\alpha}(t-t_2)^2 + \dot{\alpha}(t_2) \cdot (t-t_2) + \alpha(t_2), \text{ d'où}$$

$$\alpha(t) = \frac{1}{2} \cdot 0 \cdot (t-t_2)^2 + 0 \cdot (t-t_2) + 0,125 = 0,125 \text{ rad}$$

$$\alpha(t) = 0,125 \text{ rad}$$

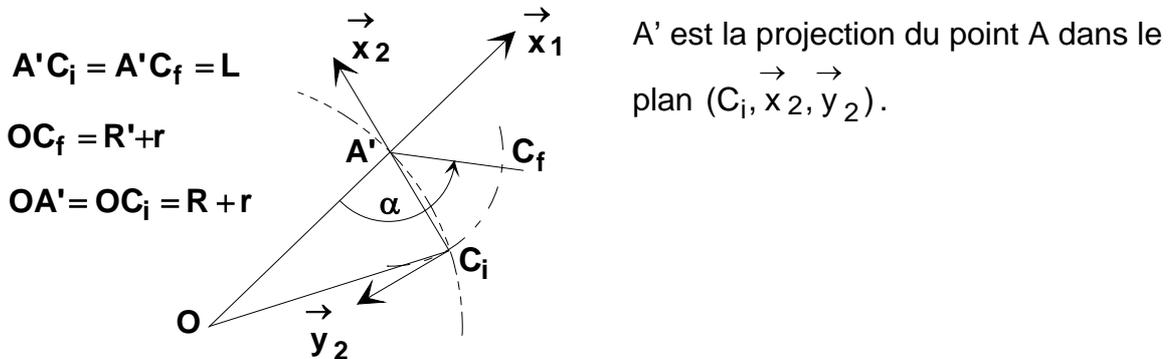
En considérant la symétrie, il est possible de tracer les lois  $\dot{\alpha}(t)$  et  $\alpha(t)$  :



### Vérifions que la rotation de l'arbre 2 est supérieure à 7°

D'après les résultats ci-dessus, la rotation de l'arbre 2 est égale à  $\alpha = 0,125 \text{ rad} = 7,16^\circ$  et est donc bien supérieure à 7° et inférieure à 8° (voir hypothèse formulée à la question III.B.).

### Calculons R'



D'après le triangle  $OA'C_f$ , nous avons la relation :

$$OC_f^2 = OA'^2 + A'C_f^2 - 2.OA'.A'C_f.\cos\alpha. \text{ D'où :}$$

$$R' = \left\{ (R+r)^2 + L^2 - 2.(R+r).L.\cos\alpha \right\}^{1/2} - r$$

A.N. :

$$R' = \left\{ (237+26)^2 + 48^2 - 2.(237+26).48.\cos(84,76+7,16) \right\}^{1/2} - 26 = 242,92 \text{ mm}$$

$$R' = 242,92 \text{ mm}$$

### III.J. Vérifions l'approximation $\sin\alpha \approx 1$

Nous avons vu que sur le secteur angulaire  $(2\pi - \gamma)$ ,  $\alpha = \alpha_0 = \arccos \frac{L/2}{R+r} = 84,76^\circ$ .

Donc  $\sin\alpha = \sin 84,76^\circ = 0,99 \approx 1$ .

Lorsque le galet 3 est en contact avec la came liée au bâti 0 sur la portion BC, nous avons  $\alpha = 84,76 + 0,125 \cdot \frac{360}{2\pi} = 91,92^\circ$  et  $\sin 91,92^\circ = 0,99 \approx 1$ .

L'approximation  $\sin\alpha(t) \approx 1$  est donc justifiée.

III.K. Indiquons le paramètre à modifier afin que la plieuse puisse traiter 100 000 cahiers par heure.

Le paramètre à modifier est la vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  du tambour 1 par rapport au bâti 0.

## **Donnons les conséquences de cette modification**

Cette modification a bien évidemment une conséquence :

- **sur la vitesse de rotation du dérouleur et celle des rouleaux des groupes imprimants,**
- **sur la vitesse de déplacement de la bande de papier,**
- **sur la puissance des moteurs qui entraînent ces éléments, puisque leur énergie cinétique va augmenter.**

En revanche, cette modification n'a aucune influence sur la répartition des masses des solides en rotation, **donc elle n'a aucune influence sur l'équilibrage dynamique de ces solides.**

### ***Remarque :***

Une autre réponse peut être : **prendre 4 galets au lieu de 3** ( $100\,000 = \frac{4}{3} \cdot 75\,000$ ).

**Dans ce cas seule la puissance du moteur qui entraîne l'ensemble tambour 1 + arbre 2 + galets 3 devra être plus importante puisque l'énergie cinétique de cet ensemble va augmenter.**