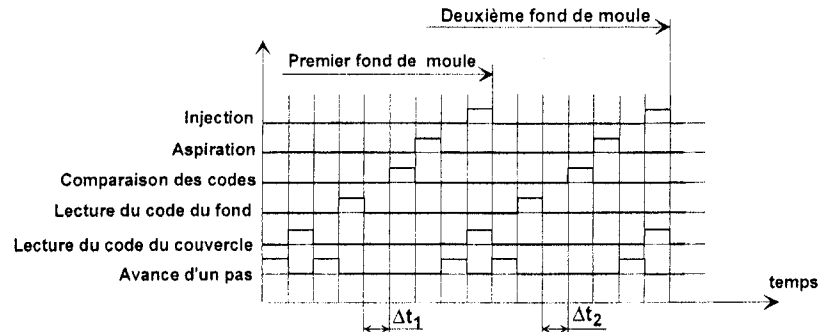


CONCOURS CENTRALE – CORRIGÉ U.P.S.T.I. FILIÈRE MP - SESSION 2001 - ÉLÉMENTS DE CORRIGÉ

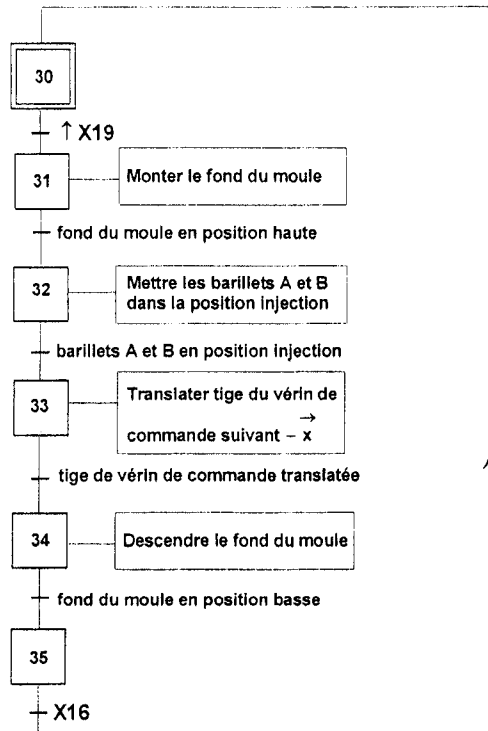
Partie I - Étude de la fonction «Doser le chocolat»

I.A Compléter le chronogramme



Les intervalles de temps Δt_1 et Δt_2 correspondent à l'activité de l'étape 12 dont l'action associée n'apparaît pas en ordonnée du chronogramme.

I.B Compléter le grafcet du cycle d'injection



Donnons la réceptivité associée à la transition (1)

La transition (1) a pour objectif de désactiver l'étape 19 du grafcet de doseuse qui correspond à l'exécution du cycle d'injection. Donc, la réceptivité associée à cette transition est :

↑ X35 ou X35

I.C Expliquons le fonctionnement du vérin de commande

Si le tiroir du distributeur se déplace de $x(t)$:

- dans le sens des $\rightarrow -x$ alors l'orifice O_1 est libéré, l'huile sous pression se dirige vers la chambre B_1 et le vérin de commande se déplace de $\lambda(t)$ dans le sens des $\rightarrow -x$. Ce déplacement s'arrête dès que $\lambda(t) = x(t)$.
- dans le sens des $\rightarrow +x$ alors l'orifice O_2 est libéré, l'huile sous pression se dirige vers la chambre B_2 et le vérin de commande se déplace de $\lambda(t)$ dans le sens des $\rightarrow +x$. Ce déplacement s'arrête dès que $\lambda(t) = x(t)$.

Déterminons la fonction transfert du schéma bloc B1 et l'écart $\varepsilon(t)$

Il faut comparer $\lambda(t)$ à $x(t)$, donc : $B = 1$

Nous en déduisons que : $\varepsilon(t) = x(t) - B.\lambda(t) = x(t) - \lambda(t)$

Déterminons les fonctions de transfert du distributeur et du vérin

Comme le débit $Q(t)$ est proportionnel à l'écart $\varepsilon(t)$, nous avons : $Q(t) = K_D \varepsilon(t)$. D'où :

$$H(p)_{\text{distributeur}} = \frac{Q(p)}{\varepsilon(p)} = K_D$$

Nous avons $Q(t) = S \frac{d\lambda(t)}{dt}$, donc $Q(p) = Sp\lambda(p)$. D'où :

$$H(p)_{\text{vérin}} = \frac{\lambda(p)}{Q(p)} = \frac{1}{Sp}$$

Déterminons les fonctions de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée

Nous avons : $F.T.B.O.(p) = \frac{B.K_D}{Sp} = \frac{K_D}{Sp}$

Nous avons : $F.T.B.F.(p) = \frac{\frac{K_D}{Sp}}{1 + \frac{B.K_D}{Sp}} = \frac{K_D}{Sp + B.K_D}$. D'où :

$F.T.B.F.(p) = \frac{1/B}{1 + \frac{B.K_D}{Sp}}$ avec le gain statique $= \frac{1}{B} = 1$ et la constante de temps

$T = \frac{S}{B.K_D} = \frac{S}{K_D}$.

I.D Calculons la course de la tige d'un vérin de dosage et l'incertitude Δc

Si c est la course de la tige d'un vérin de dosage, ρ la densité du chocolat et μ_{eau} la masse volumique de l'eau, nous avons $m_{\text{chocolat}} = \rho \cdot \mu_{\text{eau}} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} c$. D'où :

$c = \frac{4m_{\text{chocolat}}}{\rho \cdot \mu_{\text{eau}} \cdot \pi \cdot d^2}$ et $\Delta c = \frac{4\Delta m_{\text{chocolat}}}{\rho \cdot \mu_{\text{eau}} \cdot \pi \cdot d^2}$

A.N. :

Premier cas : chaque vérin de dosage dose un sujet de 18 g.

$c = \frac{4 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{1,3 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot (27 \cdot 10^{-3})^2} = 24,18 \cdot 10^{-3} \text{ m. Donc : } c = 24,18 \text{ mm}$

$\Delta c = \frac{4 \cdot 0,9 \cdot 10^{-3}}{1,3 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot (27 \cdot 10^{-3})^2} = 1,209 \cdot 10^{-3} \text{ m. Donc : } \Delta c = 1,209 \text{ mm}$

Deuxième cas : un sujet est dosé par deux vérins de dosage donc chaque vérin dose 36 g et l'incertitude tolérée sur la masse de chocolat par vérin est donc égale à 0,45 g.

$c = \frac{4 \cdot 36 \cdot 10^{-3}}{1,3 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot (27 \cdot 10^{-3})^2} = 48,36 \cdot 10^{-3} \text{ m. Donc : } c = 48,36 \text{ mm}$

$\Delta c = \frac{4 \cdot 0,45 \cdot 10^{-3}}{1,3 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot (27 \cdot 10^{-3})^2} = 0,604 \cdot 10^{-3} \text{ m. Donc : } \Delta c = 0,604 \text{ mm}$

I.E Déterminons l'erreur au niveau de $\lambda(t)$ et concluons

L'entrée est un échelon et la fonction de transfert en boucle ouverte comporte un intégrateur, donc $\varepsilon(t) = 0$. L'erreur au niveau de $\lambda(t)$ est donc nulle.

Compte – tenu du résultat précédent, l'incertitude $\Delta \lambda$ du déplacement du vérin de commande provient du nombre minimal de pas par tour du moteur pas à pas et ne doit pas dépasser 0,604 mm (cas le plus défavorable).

Déduisons-en le nombre minimal de pas par tour du moteur pas à pas

Sachant que le pas du dispositif vis – écrou est égal à 5 mm, le nombre minimal de pas par tour du moteur pas à pas doit être égal à $\frac{5}{0,604} = 8,278$.

Le nombre de pas est entier et est donc pris égal à 9.

Donnons l'expression de $\lambda(t)$

Il s'agit de la réponse indicielle d'un système du premier ordre, nous avons donc :

$\lambda(t) = \frac{1}{B} x(1 - e^{-\frac{B.K_D}{S} t}) = x(1 - e^{-\frac{K_D}{S} t})$

Dans le cas de la réponse indicielle d'un système du premier ordre, nous savons que

$t_{r5\%} = 3T$. Or ici $T = \frac{S}{B.K_D} = \frac{S}{K_D}$. D'où : $t_{r5\%} = 3 \frac{S}{B.K_D} = 3 \frac{S}{K_D} = 0,4 \text{ s. Donc :}$

$K_D = \frac{3S}{0,4}$

A.N. :

$K_D = 3 \cdot \pi \cdot \frac{(63^2 - 20^2)}{4 \cdot 0,4} = 21023,14 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Donc :

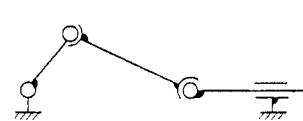
$K_D = 21023,14 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Partie II - Étude de la fonction «Transférer les moules» dans les cadres mobiles

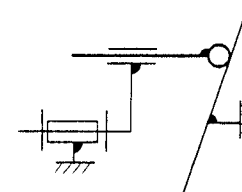
Partie II - Étude de la fonction «Transférer les moules» dans les cadres mobiles

II.A Proposons, sous forme de schéma cinématique minimal, trois solutions qui permettent de transformer une rotation continue en une translation rectiligne alternative

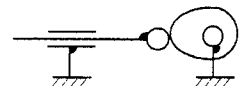
Bielle - manivelle



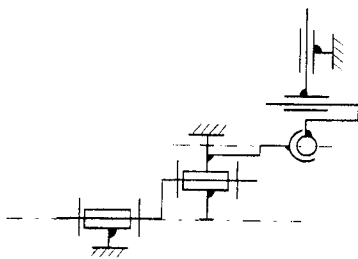
Pompe à pistons axiaux



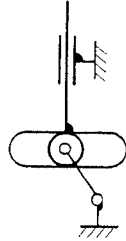
Came - poussoir



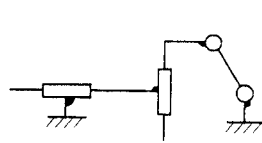
Train de LA HIRE



Maquette BMW



Pompe F Dosapro



II.B Justifions la cinématique de la figure 7

La cinématique de la figure 6 ne permet pas la translation du poussoir **P** suivant $\vec{x}$, car le centre D de la liaison pivot $L_{4/3}$ décrit le cercle (C, CD).

II.C Déterminons $\vec{V}(E \in 4/0)$

La liaison $L_{4/5}$ est une liaison pivot de centre E alors $\vec{V}(E \in 4/0) = \vec{V}(E \in 5/0)$. La liaison $L_{5/0}$ est une liaison glissière de direction $\vec{x}$ alors $\vec{V}(E \in 5/0) = \vec{V}(F \in 5/0)$.

Nous avons donc pour les positions limites du poussoir **P** : $\vec{V}(E \in 4/0) = \vec{0}$.

Déterminons $\vec{V}(D \in 4/0)$ et $\vec{V}(B \in 3/0)$

Appliquons l'équiprojectivité du champ des vecteurs-vitesse entre les points E et D relativement à la bielle **4** en mouvement par rapport au bâti :

$$\vec{V}(E \in 4/0), \overrightarrow{ED} = \vec{V}(D \in 4/0), \overrightarrow{ED}.$$

Si $\vec{V}(E \in 4/0) = \vec{0}$ alors :

- $\vec{V}(D \in 4/0) = \vec{0}$,
- $\vec{V}(D \in 4/0) \perp \overrightarrow{ED}$.

Or la liaison $L_{4/3}$ est une liaison pivot de centre D, donc : $\vec{V}(D \in 4/0) = \vec{V}(D \in 3/0)$. Mais la bielle **3** est en rotation par rapport au bâti **0** autour du point C, donc $\vec{V}(D \in 3/0) \perp \overrightarrow{CD}$. Si $\vec{V}(D \in 4/0) \perp \overrightarrow{ED}$ alors les points C, D et E doivent être alignés. Cette configuration est impossible (voir les dimensions du mécanisme). Seule la

condition $\vec{V}(D \in 4/0) = \vec{V}(D \in 3/0) = \vec{0}$ est possible. Mais comme la bielle **3** est en rotation par rapport au bâti **0** autour du point C si $\vec{V}(D \in 3/0) = \vec{0}$ alors :

$$\vec{V}(B \in 3/0) = \vec{0}$$

Or la liaison $L_{3/2}$ est une liaison pivot de centre B, donc $\vec{V}(B \in 3/0) = \vec{V}(B \in 2/0)$.

Donc si $\vec{V}(B \in 2/0) = \vec{0}$ alors la relation d'équiprojectivité entre les points A et B relativement à la bielle **2** en mouvement par rapport au bâti, $\vec{V}(A \in 2/0), \overrightarrow{AB} = \vec{V}(B \in 2/0), \overrightarrow{AB}$, entraîne :

- $\vec{V}(A \in 2/0) = \vec{0}$,
- $\vec{V}(A \in 2/0) \perp \overrightarrow{AB}$.

Or la liaison $L_{2/1}$ est une liaison pivot de centre A, donc $\vec{V}(A \in 2/0) = \vec{V}(A \in 1/0)$. Si $\vec{V}(A \in 2/0) = \vec{0}$ alors $\vec{V}(A \in 1/0) = \vec{0}$, il n'y a donc pas de mouvement d'entrée et le mécanisme est immobile.

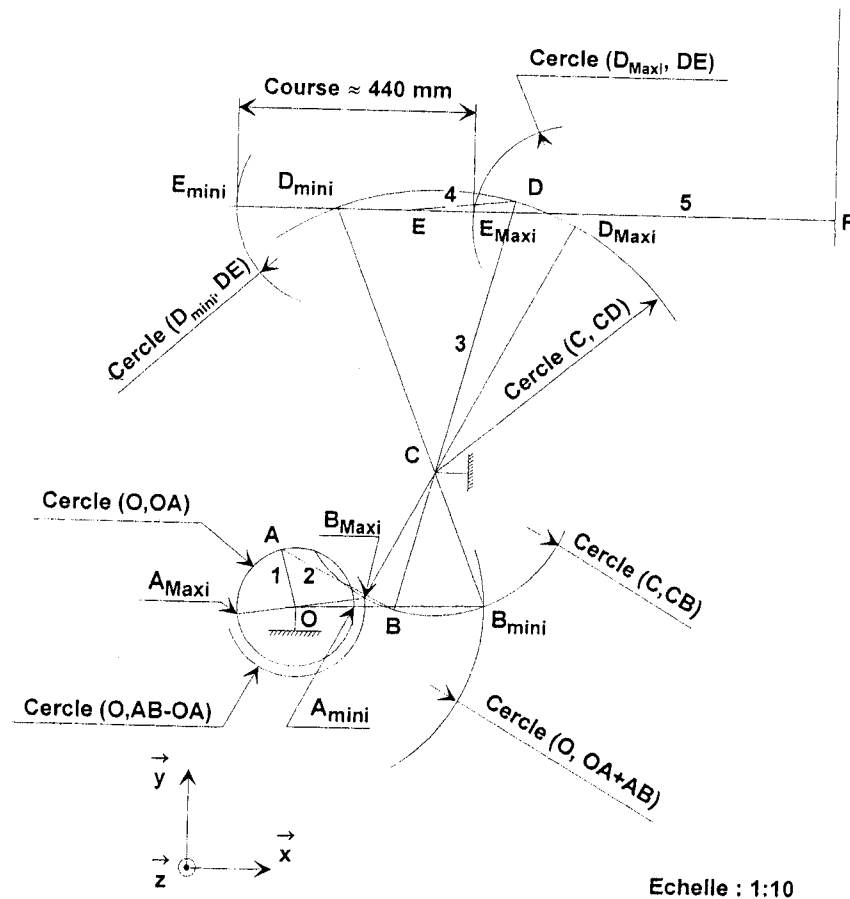
Si $\vec{V}(A \in 2/0) \perp \overrightarrow{AB}$ alors $\vec{V}(A \in 1/0) \perp \overrightarrow{AB}$. Or la liaison $L_{1/0}$ est une liaison pivot de centre O, donc $\vec{V}(A \in 1/0) \perp \overrightarrow{OA}$. Nous en déduisons donc que les positions limites du poussoir **P** sont données par la condition : **les points O, A et B sont alignés**.

Traçons l'épure

Pour déterminer graphiquement la course, nous allons effectuer les tracés suivants :

- $B_{\text{Maxi}} = \text{Cercle}(O, AB - OA) \cap \text{Cercle}(C, CB)$,
- $B_{\text{Mini}} = \text{Cercle}(O, OA + AB) \cap \text{Cercle}(C, CB)$,
- $D_{\text{Maxi}} = CB_{\text{Maxi}} \cap \text{Cercle}(C, CD)$,
- $D_{\text{Mini}} = CB_{\text{Mini}} \cap \text{Cercle}(C, CD)$,
- $E_{\text{Maxi}} = \text{Cercle}(D_{\text{Maxi}}, DE) \cap EF$,
- $E_{\text{Mini}} = \text{Cercle}(D_{\text{Mini}}, DE) \cap EF$.

Comme la liaison $L_{5/0}$ est une liaison glissière de direction $\vec{x}$, la course du poussoir **5** est en fait $E_{\text{Maxi}}E_{\text{Mini}}$. Nous obtenons donc l'épure ci-dessous :



La course du poussoir P est donc de 440 mm, ce qui permet de transférer les moules dans les cadres mobiles.

II.D Montrons que la durée d'un aller du poussoir P est sensiblement égale à la durée d'un retour

À partir des positions B_{Maxi} et B_{mini} déterminées sur l'épure ci-dessus, il est facile de terminer les positions A_{Maxi} et A_{mini} de A. En effet :

- $A_{Maxi} = OB_{Maxi} \cap \text{Cercle (O, OA)}$,
- $A_{mini} = OB_{mini} \cap \text{Cercle (O, OA)}$.

Si la poulie 1 tourne, à vitesse constante, dans le sens trigonométrique le déplacement de A de A_{mini} à A_{Maxi} correspond à un aller du poussoir P et celui de A_{Maxi} à A_{mini} correspond à un retour. On constate alors que les points A_{Maxi} et A_{mini} sont pratiquement diamétralement opposés, donc on peut conclure que la durée d'un aller du poussoir P est sensiblement égale à la durée d'un retour.

II.E Donnons la vitesse de rotation $N_{1/0}$ de la poulie 1

Si la cadence choisie par le chocolatier est de 15 moules par minute, le poussoir P doit faire 15 allers et retours par minute. Or un aller et retour du poussoir P correspond à un tour de la poulie 1. Donc :

$$N_{1/0} = 15 \text{ tr/min}$$

Déterminons la distance L

La distance L minimale correspond à un aller et retour du piston, soit à 4 secondes (15 allers et retours par minute). Donc :

$$L = 222 \times 4 = 888 \text{ mm}$$

Remarque :

En réalité cette distance L est égale à 35 pouces, soit 889 mm.

II.F Déterminons le degré d'hyperstatisme de la liaison ainsi réalisée

Le degré d'hyperstatisme est donné par la relation :

$$h = 6 + m - N_c$$

La mobilité cinématique est égale à 1 et le nombre N_c d'inconnues cinématiques introduites par les deux liaisons pivot glissant est égal à 4. Donc $h = 6 + 1 - 4 = 3$.

$$h = 3$$

Déterminons alors les conditions géométriques à respecter pour réaliser cette liaison

Pour déterminer les conditions géométriques, il faut établir les relations scalaires issues de la fermeture de la chaîne cinématique. Celle-ci s'écrit : $\{Tc(L_1)\} + \{Tc(L_2)\} = \{0\}$.

Le torseur cinématique associé à la liaison équivalente est tel que : $\{Tc(L_{\text{eq}})\} = \{Tc(L_1)\} = \{Tc(L_2)\}$. Or :

$$\{Tc(L_1)\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{5_1/0} = \alpha_1 \vec{x} \\ \vec{V}(A \in 5_1/0) = u_1 \vec{x} \end{array} \right\}_A, \quad \{Tc(L_2)\}_B = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{5_2/0} = \alpha_2 \vec{x} \\ \vec{V}(B \in 5_2/0) = u_2 \vec{x} \end{array} \right\}_B. \quad \text{Donc :}$$

$$\{Tc(L_2)\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{5_2/0} = \alpha_2 \vec{x} \\ \vec{V}(A \in 5_2/0) = u_2 \vec{x} - l\alpha_2 \vec{y} \end{array} \right\}_A.$$

Nous obtenons donc :

$$\begin{array}{ll} \alpha_1 + \alpha_2 = 0 & v_1 + v_2 = 0 \\ 0 + 0 = 0 & 0 - l\alpha_2 = 0 \\ 0 + 0 = 0 & 0 + 0 = 0 \end{array}$$

Les trois équations $0 = 0$ correspondent à des absences de mouvement (donc au degré d'hyperstatisme). Les trois conditions géométriques sont donc :

- une condition angulaire autour de $\vec{y}$,
- une condition angulaire autour de $\vec{z}$,
- une condition dimensionnelle le long de $\vec{z}$.

Donnons les avantages présentés par la solution retenue

Les avantages procurés par ce guidage réalisé par deux liaisons pivot glissant en parallèle sont :

- l'usinage de surfaces de révolution est plus facile et moins coûteux que celui de surfaces prismatiques,
- le guidage réalisé est plus rigide.

Partie III - Étude de la fonction «Centrifuger le chocolat»

III.A Déterminons R

Pour une roue dentée à denture droite, nous avons : $R = \frac{\text{pas}}{2\pi} Z$

$$R = \frac{\text{pas}}{2\pi} Z_1 = \frac{\text{pas}}{2\pi} Z_2$$

A.N. :

$$R = \frac{25,4}{2\pi} 24 = 97,02 \text{ mm. D'où :}$$

$$R = 97,02 \text{ mm}$$

III.B Déterminons V_1 et V_2

Il y a roulement sans glissement en I et en J, nous avons donc $\vec{V}(J \in 1/\text{chaîne}) = \vec{0}$ et $\vec{V}(I \in 2/\text{chaîne}) = \vec{0}$. Comme les vitesses de translation des chaînes d'entraînement du cadre extérieur C.E. et du cadre intérieur C.I. par rapport au bâti sont respectivement égales à $V_1 \vec{x}$ et $V_2 \vec{x}$, nous avons : $\vec{V}(J \in 1/\text{bâti}) = V_1 \vec{x}$ et $\vec{V}(I \in 2/\text{bâti}) = V_2 \vec{x}$.

Or $\vec{V}(J \in 1/\text{bâti}) = \vec{V}(M \in 1/\text{bâti}) + \vec{\Omega}_{1/\text{bâti}} \wedge \vec{MJ} = V_1 \vec{x}$ avec $\vec{V}(M \in 1/\text{bâti}) = V \vec{x}$. Donc :

$$\vec{V}(J \in 1/\text{bâti}) = V \vec{x} + \omega_{1/\text{bâti}} \vec{z} \wedge -R \vec{y} = V \vec{x} + R\omega_{1/\text{bâti}} \vec{x} = V_1 \vec{x}.$$

Comme $\omega_{C.E./\text{bâti}} = \omega_{1/\text{bâti}}$, nous obtenons :

$$V_1 = V + R\omega_{C.E./\text{bâti}} = V + R\dot{\alpha}$$

Or $\vec{V}(I \in 2/\text{bâti}) = \vec{V}(E \in 2/\text{bâti}) + \vec{\Omega}_{2/\text{bâti}} \wedge \vec{EI} = V_2 \vec{x}$ avec $\vec{V}(E \in 2/\text{bâti}) = V \vec{x}$. D'où :

$$\vec{V}(I \in 2/\text{bâti}) = V \vec{x} + (\omega_{2/1} + \omega_{1/\text{bâti}}) \vec{z} \wedge -R \vec{y} = V \vec{x} + R(\omega_{2/1} + \omega_{1/\text{bâti}}) \vec{x} = V_2 \vec{x}.$$

Le système poulies - courroie a un rapport de réduction égal à 1, mais compte-tenu

du paramétrage (voir base (x, y, z) sur la figure 9) nous avons $\omega_{C.I./C.E.} = -\omega_{2/1}$. Nous obtenons donc :

$$V_2 = V + R(\omega_{C.E./\text{bâti}} - \omega_{C.I./C.E.}) = V + R(\dot{\alpha} - \dot{\beta})$$

Calculons V_1 et V_2

Premier cas : $N_{C.I./C.E.} = -5 \text{ tr.min}^{-1}$ et $N_{C.E./\text{bâti}} = 1,5 \text{ tr.min}^{-1}$

$$V_1 = 222 + 97,02 \cdot \frac{\pi \cdot 15}{30} = 237,24 \text{ mm.s}^{-1}, \text{ soit } V_1 = 237,24 \text{ mm.s}^{-1} = 14,23 \text{ m.mn}^{-1}.$$

$$V_2 = 222 + 97,02 \cdot \frac{\pi \cdot (1,5 + 5)}{30} = 288,04 \text{ mm.s}^{-1}, \text{ soit } V_2 = 288,04 \text{ mm.s}^{-1} = 17,28 \text{ m.mn}^{-1}.$$

Deuxième cas : $N_{C.I./C.E.} = -5 \text{ tr.min}^{-1}$ et $N_{C.E./\text{bâti}} = -1,5 \text{ tr.min}^{-1}$

$$V_1 = 222 + 97,02 \cdot \frac{\pi \cdot (-1,5)}{30} = 206,76 \text{ mm.s}^{-1}, \text{ soit } V_1 = 206,76 \text{ mm.s}^{-1} = 12,40 \text{ m.mn}^{-1}.$$

$$V_2 = 222 + 97,02 \cdot \frac{\pi \cdot (-1,5 - 5)}{30} = 155,96 \text{ mm.s}^{-1}, \text{ soit } V_2 = 155,96 \text{ mm.s}^{-1} = 9,36 \text{ m.mn}^{-1}.$$

Troisième cas : $N_{C.I./C.E.} = 5 \text{ tr.min}^{-1}$ et $N_{C.E./\text{bâti}} = -1,5 \text{ tr.min}^{-1}$

$$V_1 = 222 + 97,02 \cdot \frac{\pi \cdot (-1,5)}{30} = 206,76 \text{ mm.s}^{-1}, \text{ soit } V_1 = 206,76 \text{ mm.s}^{-1} = 12,40 \text{ m.mn}^{-1}.$$

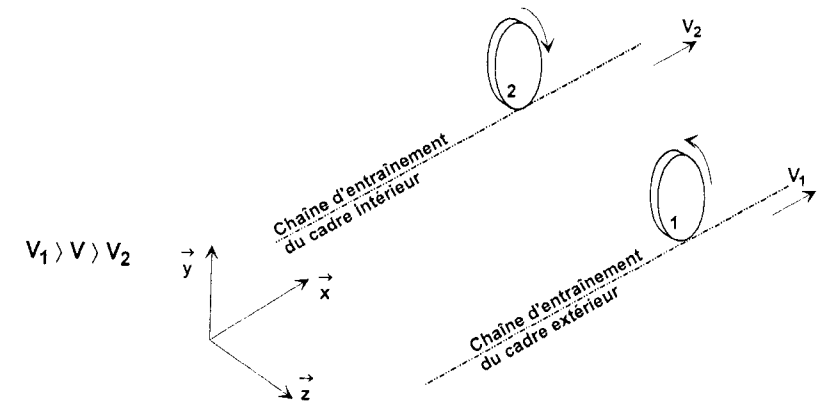
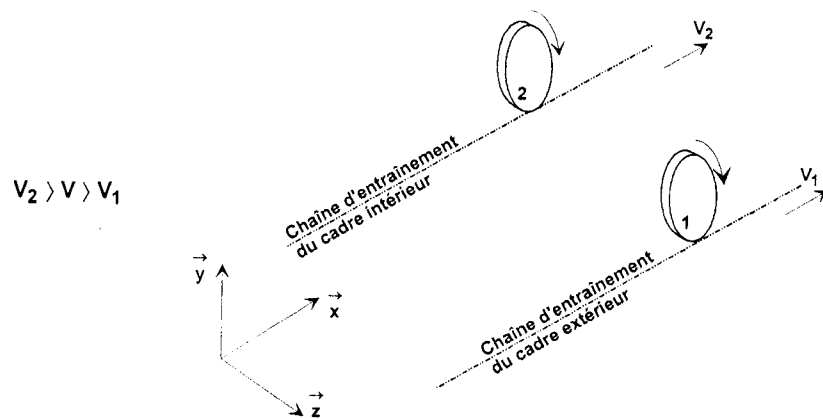
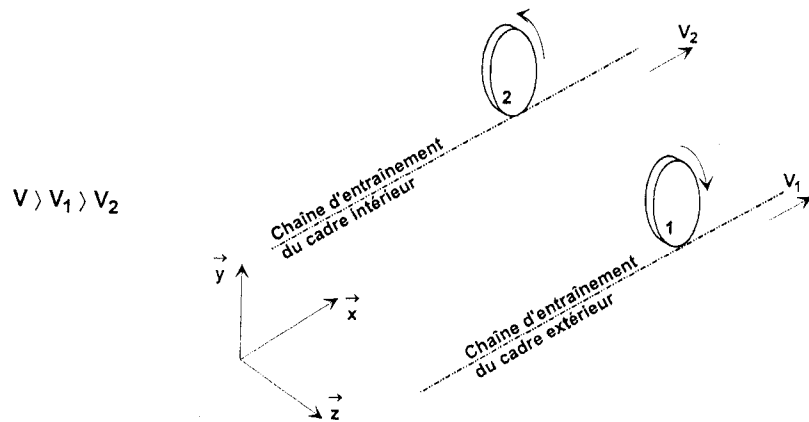
$$V_2 = 222 + 97,02 \cdot \frac{\pi \cdot (-1,5 + 5)}{30} = 257,56 \text{ mm.s}^{-1}, \text{ soit } V_2 = 257,56 \text{ mm.s}^{-1} = 15,45 \text{ m.mn}^{-1}.$$

Quatrième cas : $N_{C.I./C.E.} = 5 \text{ tr.min}^{-1}$ et $N_{C.E./bâti} = 1,5 \text{ tr.min}^{-1}$

$$V_1 = 222 + 97,02 \cdot \frac{\pi \cdot 1,5}{30} = 237,24 \text{ mm.s}^{-1}, \text{ soit } V_1 = 237,24 \text{ mm.s}^{-1} = 14,23 \text{ m.mn}^{-1}.$$

$$V_2 = 222 + 97,02 \cdot \frac{\pi \cdot (1,5 - 5)}{30} = 186,44 \text{ mm.s}^{-1}, \text{ soit } V_2 = 186,44 \text{ mm.s}^{-1} = 11,18 \text{ m.mn}^{-1}.$$

Nous avons donc trois cas qui permettent des vitesses inférieures à 16 m.mn^{-1} :



Dans ces trois cas, le cahier des charges est respecté. En réalité sur la chaîne de fabrication, c'est le cas $V_2 > V > V_1$ qui a été choisi.

Attention : le sujet demandait seulement deux cas mais il y en a trois !

III.C Déterminons S

Isolons l'ensemble 2 + 3 et faisons le bilan des actions extérieures.

• action à distance : négligée.

• actions de contact :

$$\left\{ T(\text{chaîne} \rightarrow 2) \right\}_I = \left\{ \begin{array}{l} \vec{S} = S \vec{x} \\ \vec{M}(I, \text{chaîne} \rightarrow 2) = \vec{0} \end{array} \right\}_I,$$

$$\left\{ T(\text{courroie} \rightarrow 3) \right\}_N = \left\{ \begin{array}{l} \vec{T} = T \vec{y}_4 \\ \vec{M}(N, \text{courroie} \rightarrow 3) = \vec{0} \end{array} \right\}_N,$$

$$\left\{ T(\text{courroie} \rightarrow 3) \right\}_H = \left\{ \begin{array}{l} \vec{t} = t \vec{y}_4 \\ \vec{M}(H, \text{courroie} \rightarrow 3) = \vec{0} \end{array} \right\}_H,$$

$$\left\{ T(C.E. \rightarrow 2) \right\}_E = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(C.E. \rightarrow 2) \\ \vec{M}(E, C.E. \rightarrow 2) \end{array} \right\}_E \quad \text{avec} \quad \vec{M}(E, C.E. \rightarrow 2) \cdot \vec{z} = 0$$

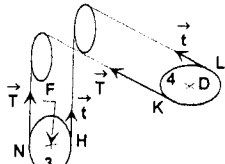
Appliquons le théorème du moment dynamique en E à l'ensemble **2 + 3** en projection sur $\vec{z}$: $\delta(\vec{E}, \vec{2+3}/R) \cdot \vec{z} = \vec{M}(\vec{E}, \vec{2+3} \rightarrow \vec{2+3}) \cdot \vec{z}$.

Comme la masse de cet ensemble est négligée, nous avons $\delta(\vec{E}, \vec{2+3}/R) = \vec{0}$. Nous avons donc : $\vec{M}(\vec{E}, \vec{2+3} \rightarrow \vec{2+3}) \cdot \vec{z} = (\vec{EI} \wedge \vec{S}) \cdot \vec{z} + (\vec{EN} \wedge \vec{T}) \cdot \vec{z} + (\vec{EH} \wedge \vec{t}) \cdot \vec{z} = 0$, soit $(\vec{EI} \wedge \vec{S}) \cdot \vec{z} + (\vec{FN} \wedge \vec{T}) \cdot \vec{z} + (\vec{FH} \wedge \vec{t}) \cdot \vec{z} = 0$. D'où : $(-R \vec{y} \wedge \vec{S} \cdot \vec{z}) + (-r \vec{x}_1 \wedge \vec{T} \cdot \vec{z}) + (r \vec{x}_1 \wedge \vec{t} \cdot \vec{z}) = 0$. Donc : $RS - rT + rt = 0$.

$$RS = r(T - t)$$

Isolons l'ensemble **C.I. + 4** et faisons le bilan des actions extérieures.

• actions à distance : $\left\{ T(\text{pesanteur} \rightarrow \text{C.I.}) \right\}_G = \left\{ \begin{array}{l} m_{\text{C.I.}} \vec{g} \\ \vec{M}(\text{G, pesanteur} \rightarrow \text{C.I.}) = \vec{0} \end{array} \right\}_G$



$$\left\{ T(\text{courroie} \rightarrow 4) \right\}_K = \left\{ \begin{array}{l} \vec{T} = -T \vec{z} \\ \vec{M}(\text{K, courroie} \rightarrow 4) = \vec{0} \end{array} \right\}_K$$

$$\left\{ T(\text{courroie} \rightarrow 4) \right\}_L = \left\{ \begin{array}{l} \vec{t} = -t \vec{z} \\ \vec{M}(\text{L, courroie} \rightarrow 4) = \vec{0} \end{array} \right\}_L$$

$$\left\{ T(\text{C.E.} \rightarrow \text{C.I.}) \right\}_G = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\text{C.E.} \rightarrow \text{C.I.}) \\ \vec{M}(\text{G, C.E.} \rightarrow \text{C.I.}) \end{array} \right\}_G \quad \text{avec} \quad \vec{M}(\text{G, C.E.} \rightarrow \text{C.I.}) \cdot \vec{y}_4 = 0.$$

Appliquons le théorème du moment dynamique en G à l'ensemble **C.I. + 4** en projection sur $\vec{y}_4$: $\delta(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4}/R) \cdot \vec{y}_4 = \vec{M}(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4} \rightarrow \vec{\text{C.I.} + 4}) \cdot \vec{y}_4$.

Or :

$$\vec{M}(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4} \rightarrow \vec{\text{C.I.} + 4}) \cdot \vec{y}_4 = (\vec{GK} \wedge -T \vec{z}) \cdot \vec{y}_4 + (\vec{GL} \wedge -t \vec{z}) \cdot \vec{y}_4 = (\vec{DK} \wedge -T \vec{z}) \cdot \vec{y}_4 + (\vec{DL} \wedge -t \vec{z}) \cdot \vec{y}_4$$

$$\vec{M}(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4} \rightarrow \vec{\text{C.I.} + 4}) \cdot \vec{y}_4 = (-r \vec{x}_1 \wedge -T \vec{z}) \cdot \vec{y}_4 + (r \vec{x}_1 \wedge -t \vec{z}) \cdot \vec{y}_4 = -r(T - t)$$

D'où :

$$\vec{M}(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4} \rightarrow \vec{\text{C.I.} + 4}) \cdot \vec{y}_4 = -r(T - t)$$

$$\text{De plus } \delta(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4}/R) \cdot \vec{y}_4 = \left(\frac{d \mu(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4}/R)}{dt} \right)_{/R} \cdot \vec{y}_4.$$

$$\text{Or : } \left(\frac{d \mu(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4}/R)}{dt} \right)_{/R} \cdot \vec{y}_4 = \frac{d \left(\mu(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4}/R) \cdot \vec{y}_4 \right)}{dt} - \mu(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4}/R) \cdot \left(\frac{d \vec{y}_4}{dt} \right)_{/R}$$

$$\mu(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4}/R) \cdot \vec{y}_4 = \left(\vec{I}(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4}) \vec{\Omega}_{\text{C.I.} + 4/R} \right) \cdot \vec{y}_4. \text{ La masse de la poulie 4 est}$$

négligeable donc : $\vec{I}(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4}) = \vec{I}(\vec{G}, \text{C.I.})$. De plus $\vec{\Omega}_{4/R} = \alpha \vec{z}_1 + \beta \vec{y}_4$, donc $\vec{\Omega}_{\text{C.I.} + 4/R} = -\alpha \sin \beta \vec{x}_4 + \beta \vec{y}_4 + \alpha \cos \beta \vec{z}_4$.

$$\text{Donc : } \mu(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4}/R) = -A \alpha \sin \beta \vec{x}_4 + B \beta \vec{y}_4 + C \alpha \sin \beta \vec{z}_4.$$

$$\text{Nous avons donc } \mu(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4}/R) \cdot \vec{y}_4 = B \beta, \text{ soit } \frac{d \left(\mu(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4}/R) \cdot \vec{y}_4 \right)}{dt} = 0 \text{ en mouvement permanent. De plus :}$$

$$\left(\frac{d \vec{y}_4}{dt} \right)_{/R} = \vec{\Omega}_{\text{C.I.} + 4/R} \wedge \vec{y}_4 = (-\alpha \sin \beta \vec{x}_4 + \beta \vec{y}_4 + \alpha \cos \beta \vec{z}_4) \wedge \vec{y}_4 = -\alpha \cos \beta \vec{x}_4 - \alpha \sin \beta \vec{z}_4$$

$$\mu(\vec{G}, \vec{\text{C.I.} + 4}/R) \cdot \left(\frac{d \vec{y}_4}{dt} \right)_{/R} = A \alpha^2 \sin \beta \cos \beta - C \alpha^2 \sin \beta \cos \beta = (A - C) \alpha^2 \sin \beta \cos \beta.$$

$$\text{Donc : } -r(T - t) = (A - C) \alpha^2 \sin \beta \cos \beta. \text{ Or } RS = r(T - t), \text{ d'où :}$$

$$S = \frac{(C - A) \alpha^2 \sin \beta \cos \beta}{R}$$

Déduisons-en l'action exercée par la poulie 2 sur la chaîne d'entraînement du cadre intérieur et justifions alors la nécessité d'associer une régulation de vitesse au moteur d'entraînement de la chaîne d'entraînement du cadre intérieur

D'après le principe de l'action et de la réaction, l'action exercée par la poulie 2 sur la chaîne d'entraînement du cadre intérieur est égale à :

$$-\frac{(C-A)\alpha^2 \sin\beta \cos\beta}{R}$$

Cette action n'est pas de signe constant à cause de la variation de l'angle β , elle ne s'oppose pas toujours à l'action du moteur sur la chaîne d'entraînement du cadre intérieur C.I.. Il est donc nécessaire d'associer une régulation de vitesse au moteur d'entraînement de la chaîne d'entraînement du cadre intérieur C.I..