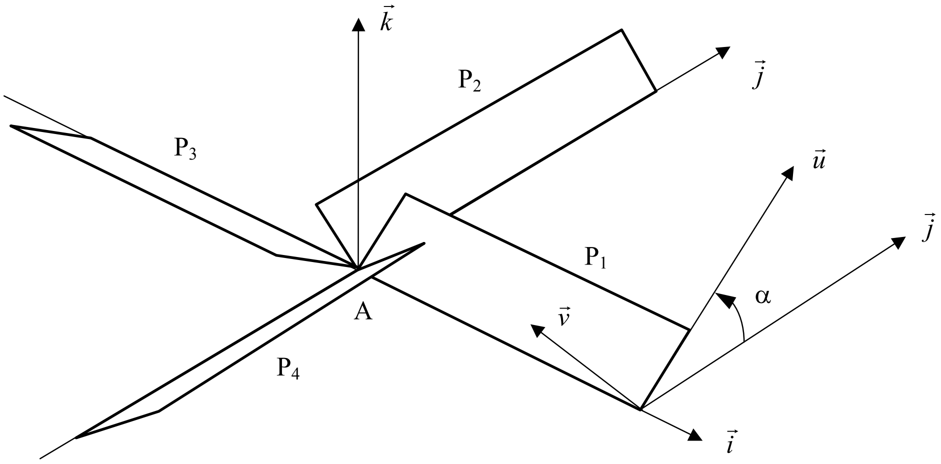
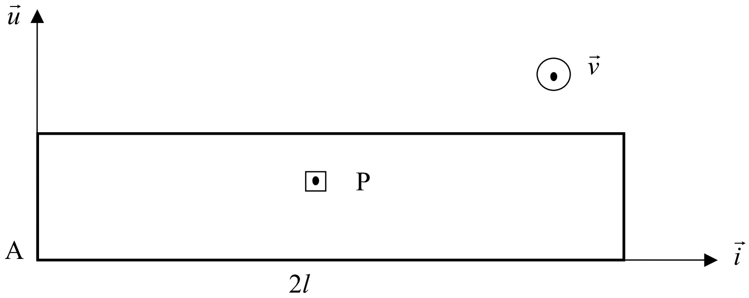
PALES D'HÉLICOPÈRE

Un hélicoptère a une hélice H constituée de quatre pales. On considère que ces pales sont rigides, et que chaque pale P_i est un rectangle, de masse *m*, de longueur $2l$ et de largeur *a*.

Les quatre pales sont disposées comme le montre la figure ci-dessous :



1. Calculer la matrice d'inertie d'une plaque rectangulaire d'épaisseur négligeable, par rapport à un de ses coins, dans la base $(\vec{i}, \vec{u}, \vec{v})$.



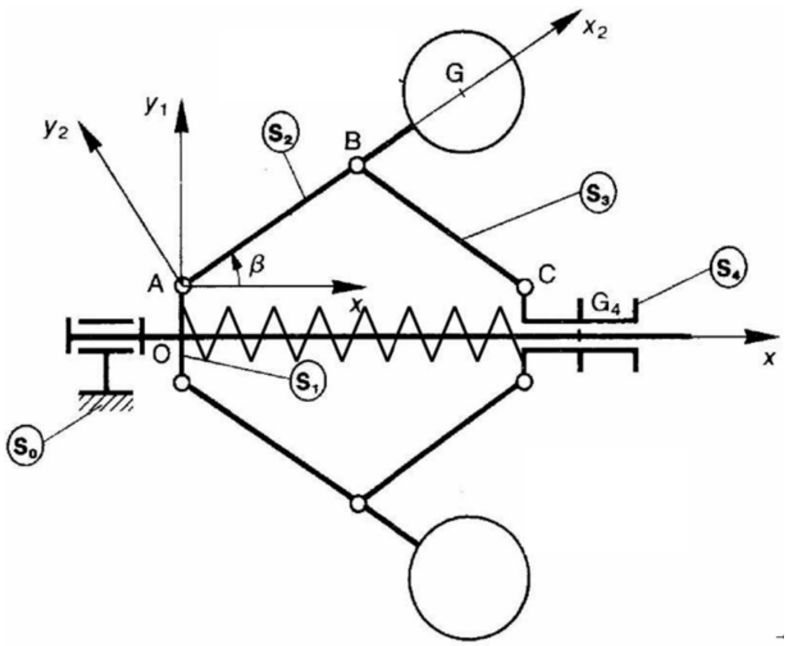
2. En déduire la matrice d'inertie de l'hélice, au point A, dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
3. En négligeant la résistance de l'air, donner l'expression du couple moteur C_M, appliqué sur l'axe de rotation de l'hélice.

RÉGULATEUR DE VITESSE A BOULES

Présentation

Le schéma page suivante représente un régulateur à boules. Ce dispositif, appelé aussi régulateur de Watt a été utilisé initialement dans les machines à vapeur. Il est toujours utilisé dans de nombreuses applications (exemple : dans la direction assistée DIRAVI du laboratoire de SI, la mesure de vitesse du véhicule et la commande de l'effort de réaction sur le volant sont réalisées à l'aide d'un système analogue). Une vitesse de rotation élevée écarte par effet centrifuge les masselottes disposées symétriquement par rapport à l'axe de rotation, qui compriment le ressort et ainsi commandent en translation une vanne (non représentée) agissant sur l'alimentation de la machine à vapeur.

Soit $R_0 : (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère lié au bâti S_0 du régulateur. La pièce S_1 supportant les masselottes S_2 et $S_{2'}$ (symétrique de S_2) est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{x})$ avec S_0. On pose $R_1 : (O, \vec{x}, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ un repère lié à S_1 et $\alpha(\vec{y}, \vec{y}_1) = (\vec{z}, \vec{z}_1)$.



La masselotte S_2 de masse m, de centre d'inertie G, a une liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_1)$ avec S_1.
On pose $\overrightarrow{OA} = a.\vec{y}_1$ et $R_2 = (O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1)$ un repère lié à S_2 tel que $\overrightarrow{AG} = b.\vec{x}_2$. On pose $\beta = (\vec{x}, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$. La matrice d'inertie de S_2 en A, exprimée dans R_2 s'écrit :

$$\overline{\overline{I_{S_2}^A}} = \begin{bmatrix} A & -F & 0 \\ -F & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{R_2}$$

Le baladeur S_4 est en liaison pivot glissant avec S_1 et en liaison rotule de centre C avec la bielle S_3, elle-même en liaison rotule de centre B avec S_2. Les distances AB et BC sont égales et notées L. On pose $R_3 = (O, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_1)$ un repère lié à S_3 tel que $\overrightarrow{BC} = L.\vec{x}_3$. Un ressort de longueur à vide $2L$ est comprimé par le baladeur tel que $\overrightarrow{AC} = \lambda.\vec{x}$. La pesanteur est négligée dans cette étude et on supposera que la vitesse de rotation $\overset{\circ}{\alpha}$ ainsi que l'angle β sont constants. Les effets d'inertie sont négligés pour la bielle S_3.

Travail demandé

Q1. Tracer le graphe de structure du système. Faire apparaître les liaisons ainsi que toutes les données utiles à une étude dynamique.

Q2. Ecrire la fermeture géométrique et en déduire une relation entre β et λ.

Q3. En isolant la bielle S_3, caractériser les actions mécaniques de S_4 et S_2 sur S_3.

Q4. On isole le baladeur S_4. Ecrire le torseur d'action mécanique du ressort sur S_4. Appliquer le PFD à S_4 et en déduire une relation entre λ et l'effort de S_3 sur S_4.

Q5. On isole maintenant S_2. Faire un bilan des actions mécaniques extérieures à S2 puis appliquer le PFD à S_2 (On supposera que R_0 est galiléen). Déterminer l'équation à écrire ainsi que la projection à effectuer afin de déterminer l'effort de S_3 sur S_2 en fonction des quantités dynamiques, de la géométrie et des masses des masselottes. Dans cette question, on ne vous demande pas de développer les calculs de cinétique/dynamique.

Q6. Déterminer la projection du moment dynamique sur $\vec{z}_1$.

Q7. En déduire l'effort de S3 sur S2 en fonction de α, β, de la géométrie et des masses des masselottes.

Q8. Montrer que l'on a suffisamment de relations pour tracer l'évolution λ en fonction de la vitesse de rotation $\overset{\circ}{\alpha}$.