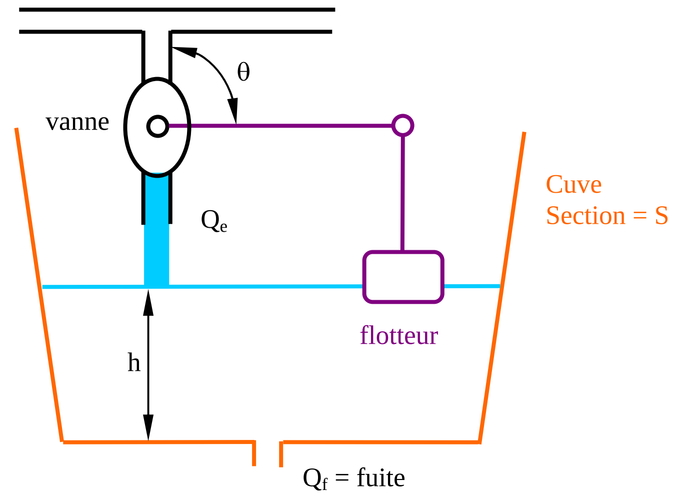
La chasse d'eau



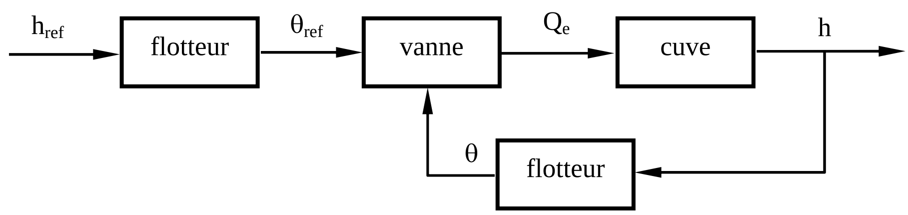
Une chasse d'eau peut être représentée par le schéma ci-contre. La vanne reliée au réseau d'eau, assure un débit d'entrée Qe. L'eau rentrant dans la cuve fait monter la hauteur h. Le flotteur mesure cette hauteur et permet ainsi de fermer la vanne lorsque le niveau d'eau de référence h_{ref} est atteint, c'est-à-dire lorsque $\theta = \theta_{ref}$.
La fuite est modélisée par le débit Q_f .

On se propose ici de modéliser ce système hydraulique sous forme de schéma fonctionnel puis de déterminer sa fonction de transfert.

Modélisation.

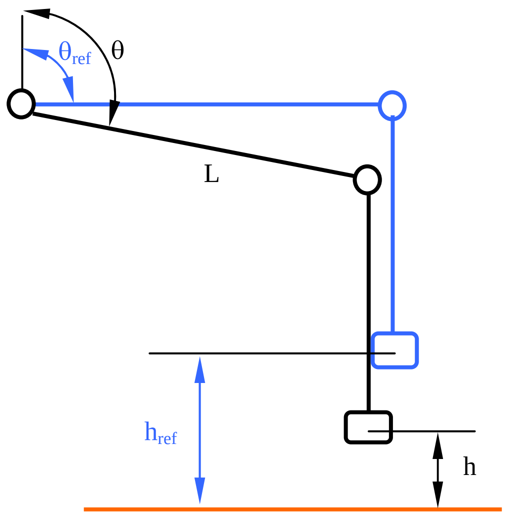
Avant toute chose, il faut choisir les grandeurs d'entrée (consigne) et de sortie. Dans notre exemple, il s'agit de régler la hauteur d'eau dans la cuve. Donc la grandeur d'entrée sera h_{ref} et celle de sortie : h.

Ce qui peut se représenter par le schéma suivant :



<u>Modélisation du flotteur.</u>

Il s'agit de trouver une relation entre la différence des hauteurs : href – h et la différence des angles θ_{ref} - θ.
Pour cela, aidons nous d'un petit dessin :



Si on appelle L la longueur de la bielle, il vient :

$$h_{ref} - h = L\sin(\theta_{ref} - \theta)$$

Evidemment, la fonction sinus n'est pas une fonction linéaire. Comme nous ne traitons que les asservissements linéaires, il convient de linéariser l'équation ci-dessus en faisant l'approximation que la différence des angles est petite. Ce qui donne :

$$h_{ref} - h \quad = L(\theta_{ref} - \theta)$$

En appliquant les transformées de Laplace, il vient :

$$\frac{\theta_{ref}(p) - \theta(p)}{H_{ref}(p) - H(p)} = \frac{1}{L}$$

<u>Modélisation de la vanne.</u>

Le débit qui traverse la vanne est proportionnel à plusieurs grandeurs :

- La viscosité du fluide, elle même dépendante de la température,

- La rugosité (état de surface) de la tuyauterie,
- La différence entre la pression qui règne dans la vanne et la pression extérieure,
- L'ouverture de la vanne,
- La section de la tuyauterie.

Ce qui nous donne l'expression : $Q_e = \underbrace{\frac{k.S}{R_a.\mu}\sqrt{\Delta P}}_{=K}\left(\theta_{ref} - \theta\right)$

En faisant l'hypothèse « discutable » que toutes ces grandeurs sont constantes, exceptée la variation d'angles, on peut simplifier l'expression :

$$Q_e = K\left(\theta_{ref} - \theta\right)$$

En appliquant de nouveau les transformées de Laplace, il vient :

$$\frac{Q_e(p)}{\left(\theta_{ref}(p) - \theta(p)\right)} = K$$

<u>Modélisation de la cuve.</u>

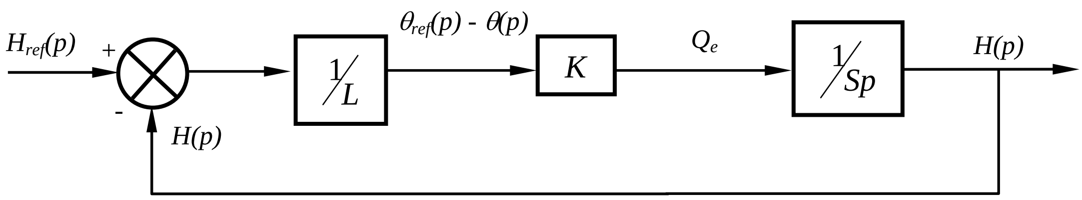
Il convient ici de trouver une relation entre la hauteur d'eau h et le débit Q_e. En analysant les unités de chaque grandeur on remarque que le débit s'exprime en $m^3.s^{-1}$ et que la hauteur s'exprime en m. Si on désire rendre homogène notre relation, il faut multiplier h par des $m^2.s^{-1}$. La section S s'exprime en m^2 et l'opération de dérivation par rapport au temps revient à diviser par des s. D'où il vient :

$$Q_e = S\frac{dh}{dt}$$

En appliquant une dernière fois les transformées de Laplace, il vient : $\frac{H(p)}{Q_e(p)} = \frac{1}{Sp}$

On remarque que la cuve se comporte comme un intégrateur (1/p).

Il ne reste plus qu'à compléter le schéma fonctionnel :



Ce qui nous donne la fonction de transfert en boucle fermée :

$$\boxed{\frac{H(p)}{H_{ref}(p)} = \frac{\frac{K}{LSp}}{1 + \frac{K}{LSp}} = \frac{1}{1 + \frac{LS}{K}p}}$$

Système du premier ordre dont le gain vaut : 1 et la constante de temps : $\frac{LS}{K}$